

Вычисление перетоков флюида между скважинами в фильтрационной модели разработки нефтяного пласта с помощью линий тока

К.А. Поташев, Р.Р. Ахунов*, А.Б. Мазо

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

Для анализа системы заводнения нефтяного пласта и прогноза эффективности геолого-технических мероприятий требуется информация о распределении приемистости нагнетательных скважин между реагирующими добывающими скважинами, а также границей пласта. Наиболее достоверными способами вычисления данных характеристик являются методы, базирующиеся на гидродинамическом моделировании фильтрационных потоков. Современные коммерческие программные комплексы реализуют для этих целей алгоритмы, основанные на построении и анализе линий тока. В то же время надежные оценки точности указанных алгоритмов и рекомендации по выбору оптимальных параметров в доступной литературе отсутствуют.

В настоящей работе предложен алгоритм вычисления долей распределения общего расхода скважины между окружающими скважинами и границей участка с использованием линий тока. Линии тока строятся на основе конечно-элементного решения осредненной по толщине пласта задачи фильтрации и определяют границы трубок тока, соединяющих соответствующие скважины. Расход по трубкам тока вычисляется путем численного интегрирования поля скорости фильтрации – решения указанной двумерной задачи. Апробация алгоритма выполнена на идеализированных примерах элементов заводнения типичных схем расстановки скважин, когда известно точное распределение долей закачиваемой в пласт жидкости, и на примере сравнения с решением задачи имитации закачки в пласт трассера. Представлены рекомендации по выбору стартовых точек для трассировки линий тока, позволяющие достичь минимального уровня погрешности определения взаимовлияния скважин в широком диапазоне детальности расчетной сетки фильтрационной модели.

Более общим приложением изложенного метода без значимых изменений является оснащение модели фильтрации высокого разрешения вдоль фиксированных трубок тока их расходными характеристиками.

Ключевые слова: нефтяной пласт, взаимодействие скважин, двумерная задача фильтрации, трубки тока, линии тока, численное моделирование, метод конечных элементов

Для цитирования: Поташев К.А., Ахунов Р.Р., Мазо А.Б. (2022). Вычисление перетоков флюида между скважинами в фильтрационной модели разработки нефтяного пласта с помощью линий тока. *Георесурсы*, 24(1), с. 27–35. DOI: <https://doi.org/10.18599/grs.2022.1.3>

Введение

Анализ структуры фильтрационных потоков в нефтяном пласте предполагает определение взаимодействующих нагнетательных и добывающих скважин по наличию между ними сформированных трубок тока с вычислением вдоль них суммарного расхода. Под степенью взаимодействия нагнетательной скважины с окружающими добывающими скважинами понимают как долю ее приемистости, приходящуюся на отток к заданной добывающей скважине (долю оттока), так и наоборот, долю дебита каждой добывающей скважины, приходящуюся на приток от заданной нагнетательной скважины (долю притока).

Определение взаимовлияния скважин необходимо, во-первых, для анализа эффективности и оптимизации выбранной системы заводнения нефтяного пласта (Muskat, Wyckoff, 1934; Willhite, 1986; Желтов, 1986; Zheltov, 1986; Поташев и др., 2016), поскольку позволяет оценивать

равномерность распределения закачки по окружающим добывающим скважинам, величины контурных притоков к добывающим скважинам, а также законтурных оттоков, свидетельствующих о неэффективной закачке. Во-вторых, знание структуры потоков между нагнетательными и добывающими скважинами используется при проектировании сложных площадных методов воздействия на пласт, направленных на повышение его нефтеотдачи. Кроме того, точность определения расхода вдоль произвольной трубки тока между парой скважин определяет точность моделирования геолого-технических мероприятий с помощью модели фильтрации с фиксированными трубками тока (Поташев и др., 2016, 2020; Мазо и др., 2017, 2020; Potashev, Mazo, 2021).

Методы определения взаимовлияния скважин можно разделить на две основные группы – экспериментальные и теоретические. К экспериментальным относятся такие методы, как закачка трассеров и гидропрослушивание (Zemel, 1996; Соколовский и др., 1989; Чернорубашкин и др., 1985; Саулей и др., 2004; Бузинов, Умрихин, 1984). Экспериментальные методы отражают фактическую картину распределения потоков, однако являются весьма дорогостоящими, а в случае индикаторных методов, еще

* Ответственный автор: Ахунов Рустам Рашид угли
e-mail: rustam777-96@mail.ru

© 2022 Коллектив авторов

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

и довольно длительными, что осложняет интерпретацию наблюдений в условиях изменения структуры фильтрационных потоков, например, вследствие изменения режимов эксплуатации скважин. Теоретические методы можно разделить на две категории – использующие и не использующие гидродинамическое моделирование фильтрационных течений (Степанов и др., 2018; Albertoni, Lake, 2003). Во втором случае речь идет об упрощенных подходах, не требующих построения сложных фильтрационных моделей нефтяного пласта и основанных лишь на анализе технологических показателей работы скважин – статистический или частотный анализ данных, емкостно-резистивные модели и др. (Albertoni, Lake, 2003; Holanda et al., 2018). Наиболее простым аналитическим методом является геометрический подход, при котором доли потока рассчитываются как доля угла между прямыми, исходящими из точки пластопересечения нагнетательной скважины, например, к серединам сторон элемента заводнения, вершинами которого являются добывающие скважины. Применение такого метода, очевидно, имеет ряд ограничений, связанных с однородностью свойств коллектора и симметрией режимов работы скважин, поэтому их применение оправдано, только если отсутствует возможность применения более обоснованных подходов (Степанов и др., 2018). Методы, не использующие фильтрационных моделей, относительно просты в использовании и лишены трудностей, связанных с построением и адаптацией гидродинамической модели, особенно в условиях недостатка или высокой степени неопределенности исходной информации о геологической модели пласта. Однако результат подобных методов обладает меньшей степенью обоснованности по сравнению с полноценным моделированием фильтрационных течений, а решаемые задачи идентификации параметров межскважинного взаимодействия в общем случае являются некорректными, требуя существенных дополнительных ограничений с помощью экспертного подхода.

Среди основанных на моделировании фильтрационных течений методов определения взаимовлияния скважин, можно выделить те, что представляют собой имитацию перечисленных экспериментальных методов с помощью численного эксперимента (Loula et al., 1995; Шацкий и др., 2005), и те, где непосредственно вычисляется величина общего потока между скважинами. Последние обычно опираются на построение линий тока между нагнетательными и добывающими скважинами (Batycky, 1997; Shahvali et al., 2011). В современных коммерческих пакетах гидродинамического моделирования нефтяных пластов, основанных на конечно-разностных и конечно-объемных вычислительных схемах, для определения потока между скважинами строится набор линий тока по стартовым точкам, равномерно распределенным по граням содержащего нагнетательную скважину блока расчетной сетки. Для этого обычно применяется метод Поллока (Pollock, 1988), и полный поток флюида через грань блока равномерно распределяется по всем проходящим через нее линиям тока. Надежные оценки точности указанных алгоритмов и рекомендации по выбору оптимальных параметров в доступной литературе отсутствуют.

В данной работе подробно изложены теоретические основы, и представлена апробация метода оценки

взаимовлияния нагнетательных и добывающих скважин, состоящего из двух этапов. На первом этапе строится конечно-элементное численное решение двумерной стационарной задачи фильтрации в горизонтальной плоскости осредненного по толщине пласта – строится поле скорости фильтрации, формируются линии тока (Поташев и др., 2016, 2020; Мазо, Поташев, 2020; Potashev, Mazo, 2021; Spirina et al., 2019). На втором этапе по построенным линиям тока вычисляются межскважинные и контурные перетоки пластового флюида. Исследована точность определения степени взаимовлияния скважин и определены оптимальные параметры вычислительного алгоритма на основе модельных задач, позволяющих получить точные величины. Основная вычислительная сложность алгоритма заключается в построении линий тока по найденному полю скоростей. Алгоритм не требует решения нестационарных задач по сравнению с аналогами – методами численной имитации закачки трассеров или гидропрослушивания скважин, а также позволяет вычислять расходы вдоль произвольно выбранных трубок тока, что необходимо также для оснащения расходными характеристиками модели фильтрации вдоль фиксированной трубки тока (Поташев, Мазо, 2020; Potashev, Mazo, 2021; Мазо и др., 2017)¹. Проведенное сравнение алгоритма с методом имитации закачки трассеров показывает совпадение результатов расчетов при значительной экономии вычислительных ресурсов.

1. Алгоритм вычисления взаимовлияния скважин

1.1. Математическая постановка задачи

Рассматриваем некоторый участок D нефтяного пласта, на котором расположено N_{inj} совершенных вертикальных нагнетательных и N_{prod} добывающих скважин γ_j , $j = 1..N_w$, $N_w = N_{inj} + N_{prod}$ (рис. 1) с известными дебитами q_j (м³/с). Для добывающих скважин $q_j > 0$, для нагнетательных скважин $q_j < 0$. Силой тяжести, капиллярностью и упругостью пренебрегаем. Кровлю и подошву пласта считаем непроницаемыми.

В рамках указанных ограничений распределение фильтрационных потоков в D будем определять по полю средней по толщине пласта скорости фильтрации $\mathbf{u}(x,y)$, которое является решением двумерной стационарной задачи:

$$\operatorname{div}(h\mathbf{u}) = 0, \quad \mathbf{u} = -\sigma \operatorname{grad} p, \quad (x,y) \in D, \quad (1)$$

$$(x,y) \in \partial D: \quad \sigma \frac{\partial p}{\partial n} = -\alpha(p - P_e);$$

$$(x,y) \in \gamma_j: \quad p = p_j, \quad j = 1..N_w \quad (2)$$

Здесь $h(x,y)$ – толщина пласта (м); $p(x,y)$ – среднее по толщине пласта поровое давление (Па); $\sigma(x,y) = k/\mu$, $k(x,y)$ – абсолютная проницаемость пласта (м²), μ – динамическая вязкость пластового флюида (Па·с); n – внешняя к границе области D нормаль; α (м/Па·с) и P_e (Па) – параметры граничного условия, моделирующие гидродинамическую связь участка D с внешней областью нефтяного пласта; (x_j, y_j) – координаты скважины γ_j .

¹ Основы рассматриваемого подхода были представлены в магистерской диссертации Ахунова Р.Р., Казань, КФУ, 2021 г.

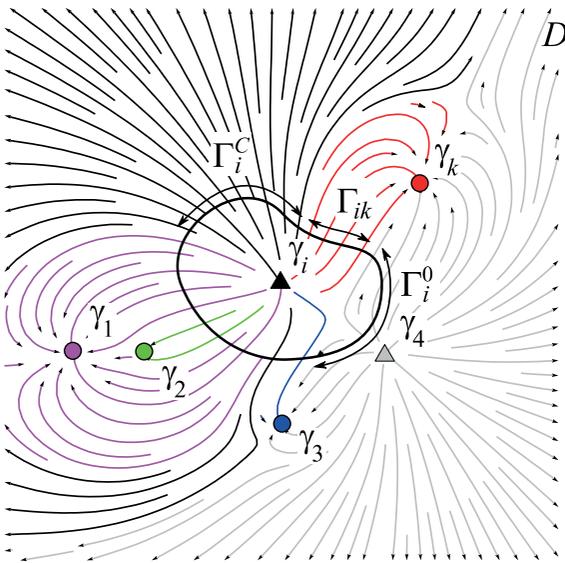


Рис. 1. Схема расположения скважин и структуры линий тока: D – область решения; Γ – пересечение контура с трубками тока; γ – скважины; нижние индексы – индексы скважин

Дебит q_j (m^3/c) скважины определяется потоком через ее поверхность γ_j :

$$q_j = \int_{\gamma_j} h u_n d\gamma = - \int_{\gamma_j} h \sigma \frac{\partial p}{\partial n} d\gamma \quad (3)$$

и является положительным для добывающих и отрицательным для нагнетательных скважин.

Для вычисления величины потока $q_{ik} > 0$ от нагнетательной скважины γ_i к добывающей скважине γ_k , а также величины потока $q_i^C > 0$ от той же нагнетательной скважины γ_i за контур C , являющийся границей области D , окружим скважину γ_i с центром в точке (x_i, y_i) произвольным замкнутым контуром Γ_p , так, чтобы внутри этого контура не оказалось других скважин. Область внутри Γ_i обозначим через D_i . Трубка тока между скважинами γ_i и γ_k пересекается с контуром Γ_i на участке Γ_{ik} , который, вообще говоря, может состоять из нескольких непрерывных частей, как показано на рис. 1 на примере взаимодействия скважин γ_i и γ_1 . Через Γ_i^C обозначим пересечение контура Γ_i с трубками тока, проходящими между скважиной γ_i и контуром C .

Поскольку расход через любое сечение трубки тока одинаков (Седов, 1976), то его можно вычислить, выбрав в качестве такого сечения ее пересечение с контуром Γ_i^C :

$$q_{ik} = \int_{\Gamma_{ik}} h u_n d\gamma, \quad q_i^C = \int_{\Gamma_i^C} h u_n d\gamma \quad (4)$$

где u_n – проекция скорости фильтрации на нормаль к контуру Γ_p , внешнюю по отношению к D_i .

Учитывая балансовое соотношение

$$\sum_k q_{ik} + q_i^C = -q_i \quad (5)$$

и интегрируя уравнение (1) по области D_p , можно показать, что общий поток через сечения Γ_i^0 трубок тока, не связанных со скважиной γ_i (см. трубки тока от нагнетательной скважины γ_4 на рис. 1), равен нулю.

В рамках введенных обозначений определим *долю оттока* от нагнетательной скважины γ_i с приемистостью $q_i < 0$ в сторону добывающей скважины γ_k :

$$\varphi_{ik} = -q_{ik} / q_i$$

и *долю притока* к добывающей скважине γ_k с дебитом $q_k > 0$ от нагнетательной скважины γ_i :

$$\psi_{ik} = q_{ik} / q_k.$$

Для учета контурных перетоков аналогично (3) определим также *долю законтурного оттока* от нагнетательной скважины γ_i за границу C :

$$\varphi_i^C = -q_i^C / q_i.$$

Значения ψ_{ik} могут быть вычислены после определения расходов q_{ik} и долей ϕ_{ik} :

$$\psi_{ik} = \frac{q_{ik}}{q_k} = \frac{q_{ik}}{q_i} \frac{q_i}{q_k} = -\varphi_{ik} \frac{q_i}{q_k},$$

а значения доли законтурного оттока ϕ_i^C и *доли контурного притока* ψ_k^C с контура C к добывающей скважине γ_k можно определить из условия баланса потоков и дебитов, аналогичных (5):

$$\varphi_i^C = 1 - \sum_k \varphi_{ik}, \quad \psi_k^C = 1 - \sum_i \psi_{ik}.$$

1.2 Вычислительный алгоритм

Для вычисления потока q_{ik} между скважинами γ_i, γ_k по формуле (4) кроме построения поля скорости фильтрации \mathbf{u} из решения задачи (1), (2) необходимо определить на контуре Γ_i его участок Γ_{ik} , через каждую точку которого проходит линия тока, соединяющая скважины γ_i, γ_k . Предлагается использовать следующий алгоритм.

1. В качестве контура Γ_i задается окружность с центром в точке (x_i, y_i) радиуса R , не превышающего расстояния до ближайших скважин.
2. Вдоль окружности Γ_i с равным шагом $s = 2\pi R/N$ расставляются N стартовых точек (x^j, y^j) .
3. По найденному из решения задачи (1), (2) полю скорости фильтрации \mathbf{u} через каждую стартовую точку (x^j, y^j) проводится линия тока L_j ; построение линий тока прекращается при достижении ими границы C либо попадании в малую окрестность границ скважин.
4. Среди всех $L_j, j = 1..N$ отыскиваются такие линии тока $L_m, m = 1..M$, которые проходят от скважины γ_i к скважине γ_k .
5. Интеграл в формуле (4) аппроксимируется суммой элементарных потоков через элементы контура Γ_{ik} длины s в окрестности точек (x_m^m, y_m^m) линий тока L_m :

$$q_{ik} = \int_{\Gamma_{ik}} h u_n d\gamma \approx \sum_{m=1}^M (h^m u_n^m s) = s \sum_{m=1}^M h^m u_n^m.$$

Здесь $h^m = h(x^m, y^m)$; $u_n^m = u_n(x^m, y^m)$ – проекция скорости фильтрации на нормаль к контуру Γ_i в точке (x^m, y^m) . Заметим, что при увеличении числа стартовых точек и линий тока $N, M, s \rightarrow 0$ и результат вычисления q_{ik} стремится к точному значению.

2. Оценка применимости метода

Численное решение задачи (1), (2) строилось методом конечных элементов на треугольной сетке с линейными базисными функциями для давления, с постоянными скоростями в пределах каждого конечного элемента (Поташев, Мазо, 2020; Potashev, Mazo, 2021). Вблизи скважин выполнялась регуляризация расчетной сетки, отражающая локальный радиальный характер потока (Панин, Поташев, 2020). Точность построения численного

решения была оценена для случая пятиточечной схемы расстановки скважин, для которой известно аналитическое решение (Muskat, 1937). На сетках, содержащих порядка $n = 50$ конечных элементов между нагнетательной и добывающей скважинами погрешность вычисления дебита составила менее 1 %.

При построении линий тока на основе найденной сеточной функции давления, стартовые точки вдоль контура Γ расставлялись таким образом, чтобы в один конечный элемент попадало не более одной стартовой точки. Выполнение данного условия обеспечивалось выбором N для заданного R из соотношения $2\pi R/N = s \geq h$, где h – средний шаг двумерной расчетной сетки.

2.1. Сравнение с точным решением

Точные величины долей оттока от нагнетательной к добывающим скважинам можно получить для ячеек периодичности регулярных элементов заводнения нефтяного пласта, содержащих одну нагнетательную и несколько добывающих скважин, поскольку в силу непроницаемости границ таких ячеек дебиты добывающих скважин обеспечиваются лишь потоком из нагнетательной скважины.

Рассмотрим девятиточечную схему расстановки скважин (рис. 2а) в квадратном элементе заводнения со стороны $2H = 2$ с заданными давлениями на нагнетательной скважине $p_1 = 1$ и на добывающих скважинах $p_2 = p_3 = -1$. Толщину пласта h будем считать постоянной.

Из численного решения задачи для каждого n определялись значения дебитов всех трех скважин $q_i = 1..3$, по которым вычислялись точные доли потока $\phi_{ik}^e = -q_k/q_1$ от нагнетательной скважины 1 к каждой добывающей скважине $k = 2, 3$. Эти величины сравнивались со значениями долей $\phi_{ik} = -q_{ik}/q_1$, в которых потоки q_{ik} вычислялись по изложенному алгоритму с помощью линий тока. Закачиваемая жидкость распределялась между добывающими скважинами неравномерно – на сетках высокого разрешения дебиты добывающих скважин принимали значения $q_2 = 0.126, q_3 = 0.056$. На рис. 3 показана зависимость среднеквадратического отклонения расчетных и точных долей распределения закачки от числа линий тока N :

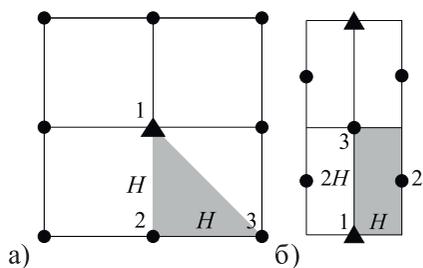


Рис. 2. Обращенная девятиточечная (а) и трехрядная (б) схемы расстановки скважин; заливкой указаны области ячеек периодичности; H – шаг сетки скважин; 1, 2, 3 – номера скважин; ● – добывающие скважины; ▲ – нагнетательные скважины

$$\Delta\varphi(N) = \sqrt{\frac{1}{N_{prod}} \sum_{k=1}^{N_{prod}} (\varphi_{ik}(N) - \varphi_{ik}^e)^2}$$

Показанная на рис. 3 вариация значений $\Delta\phi$ получена за счет различий в генерации расчетной сетки с сохранением среднего числа элементов между скважинами. Символы на свечных диаграммах показывают основные статистические параметры распределения полученных наборов значений среднеквадратического отклонения при каждой размерности сетки: минимальные и максимальные значения; минимальный и максимальный пределы, вероятность выхода за которые составляет менее 5 % (процентили 5 %, 95 %); среднеарифметическое значение и медиана – среднее по номеру значение в упорядоченном массиве.

Как видно из рис. 3, чрезмерное увеличение числа линий тока за счет увеличения радиуса расположения стартовых точек может приводить к снижению точности вычислительного алгоритма. Происходит это, когда на окружности, вдоль которой располагаются стартовые точки, появляются участки с направлением касательной, близким к направлению линий тока, вследствие чего сетка линий тока, выпущенных из таких стартовых точек, не полностью покрывает область течения между скважинами (рис. 4). Другими словами, радиус окружности стартовых точек должен быть достаточно велик для увеличения числа линий тока, но должен оставаться в той области, где структура фильтрационного потока близка к радиальной. В качестве наиболее надежного варианта для снижения погрешности алгоритма рекомендуется расположение стартовых точек от исследуемой скважины на половине расстояния до ближайшей соседней скважины.

Поскольку при построении фильтрационной модели нефтяного пласта часто используются сетки, содержащие всего порядка десяти сеточных блоков между скважинами, то отдельный интерес представляет поведение алгоритма на расчетных сетках различной детальности. На рис. 5 показана структура линий тока на сетках различной размерности при рекомендованном выше значении $R = H/2 = 0.5$.

На рис. 6 показана зависимость невязки от размерности

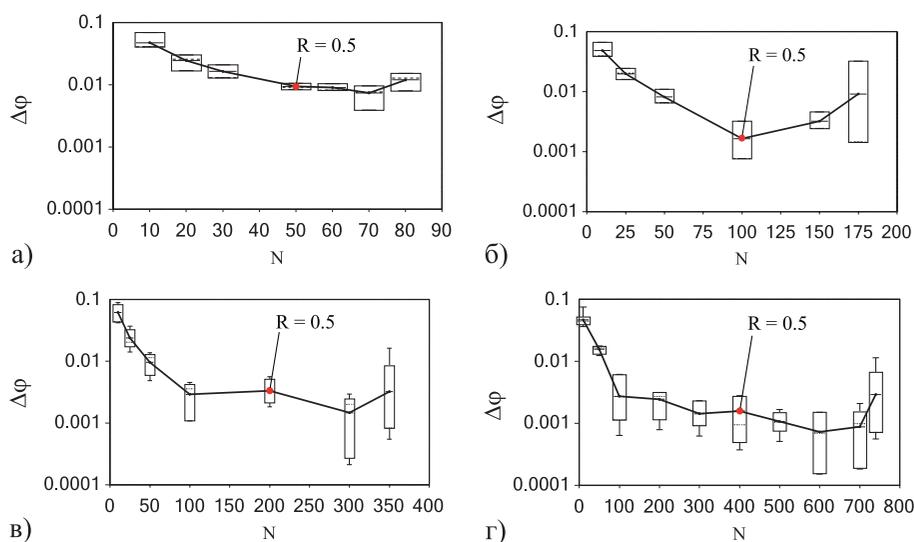


Рис. 3. Сходимость алгоритма по числу линий тока N на расчетных сетках различной размерности: а) $n = 10$; б) $n = 25$; в) $n = 50$; г) $n = 100$; R – радиус расположения стартовых точек. Показаны минимальное и максимальное значения, процентили 5 % и 95 %, пунктирной линией обозначены медианы, сплошной линией соединены средние значения.

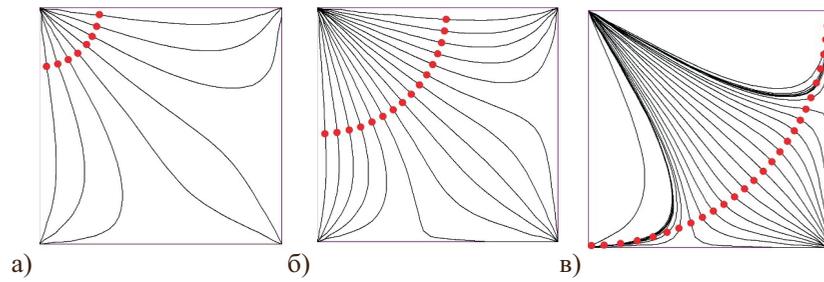


Рис. 4. Структура линий тока (показана каждая третья линия) и расположение стартовых точек в четверти элемента девятиточечной схемы расстановки скважин на сетке $n = 50$: а) $N = 100$; б) $N = 200$; в) $N = 350$

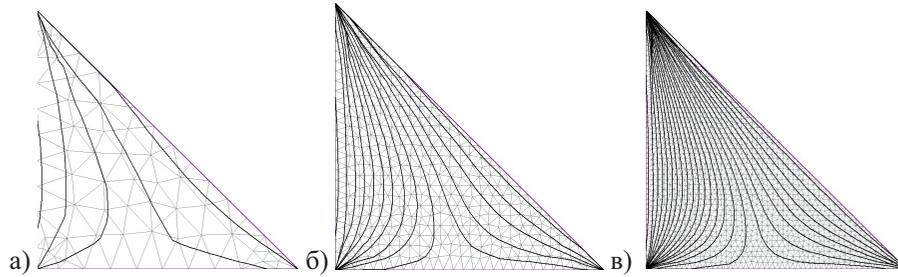


Рис. 5. Структура линий тока при $R = 0.5$ на фоне расчетной сетки с детальностью а) $n = 10$, б) $n = 25$, в) $n = 50$

сетки n для рекомендуемого значения параметра $R = 0.5$. Видно, что уже для сеток, содержащих порядка 10 элементов между скважинами, погрешность алгоритма не превосходит 1 %.

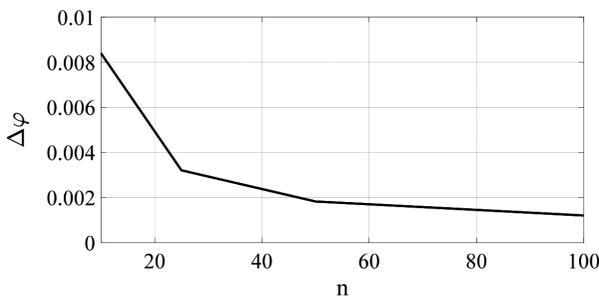


Рис. 6. Сходимость алгоритма при оптимальном числе линий тока по шагу расчетной сетки

2.2 Сравнение с имитацией закачки трассеров

В общем случае точного решения о распределении преимуществы нагнетательной скважины между реагирующими добывающими скважинами не существует. В такой ситуации можно использовать в качестве «точного» решение задачи имитации закачки невесомых пассивных примесей в пласт через нагнетательные скважины с условной концентрацией $C_i = 1, i = 1..N_{inj}$. С помощью индекса i будем различать трассеры, закачиваемые в разные скважины; через C_0 обозначим концентрацию трассера, поступающего с входной части границы участка ∂D . Уравнения переноса трассеров базируются на стационарной XY-модели (1) и имеют вид:

$$\begin{aligned} h \frac{\partial C_i}{\partial t} + \text{div}(h C_i \mathbf{u}) &= 0, \quad (x, y) \in D, \quad i = 0, 1..N_{inj}; \\ t = 0: C_i &= 0, \quad i = 0, 1..N_{inj}; \\ \partial D, u_n < 0: C_0 &= 1; \quad \gamma_i, u_n < 0: C_i = 1, \quad i = 1..N_{inj}. \end{aligned} \quad (6)$$

Полагая, что толщина пласта меняется незначительно вдоль контура поперечного сечения скважины, и в каждый момент времени t нормальная проекция скорости

фильтрации вдоль того же контура неизменна (Поташев, Ахунов, 2020), можно подсчитать значение концентрации C_i в продукции добывающей скважины γ_k по формуле:

$$C_{ik}(t) = \frac{1}{q_k} \int_{\gamma_k} h u_n C_i d\gamma = \frac{h u_{nk}}{q_k} \int_0^{2\pi} C_i(r_w, \varphi; t) r_w d\varphi, \quad (7)$$

$$k = 1..N_{prod}.$$

Важно понимать, что концентрация C_i не постоянна на поверхности добывающей скважины γ_k . С течением времени, при $t \rightarrow \infty$ решение задачи (6) установится и будет удовлетворять стационарному уравнению задачи:

$$\begin{aligned} \text{div}(h C_i \mathbf{u}) &= 0, \quad (x, y) \in D, \quad i = 0, 1..N_{inj}; \\ \partial D, u_n < 0: C_0 &= 1; \quad \gamma_i, u_n < 0: C_i = 1, \quad i = 1..N_{inj}. \end{aligned}$$

Проекция этого уравнения на линию тока между нагнетательной γ_i и добывающей γ_k скважинами приводит к тому, что концентрация трассера не меняется вдоль линии тока и согласно граничному условию всюду равна единице. Тогда (7) принимает вид:

$$C_{ik}(\infty) = \psi_{ik} = \frac{h u_{nk}}{q_k} 2\pi r_w \phi_{ik} = \frac{h u_{nk} 2\pi r_w \phi_{ik}}{2\pi r_w h u_{nk}} = \phi_{ik},$$

где ϕ_{ik} – доля поверхности добывающей скважины γ_k , которая принимает поток жидкости от инжектора γ_i .

Продемонстрируем сравнение алгоритмов определения взаимодействия скважин, основанных на решении нестационарной задачи закачки трассера (6) и на использовании стационарных линий тока, на примере модельного участка, подобного фрагменту девятиточечной схемы расстановки скважин (рис. 7) при $H = 1$, с заданным давлением на границе $p = 0$, с одной нагнетательной γ_1 и тремя добывающими скважинами $\gamma_k, k = 2..4$. На скважинах заданы забойные давления: $p_1 = 1, p_2 = -0.5, p_3 = p_4 = -1$.

Сходимость численного решения задачи имитации закачки трассера в зависимости от детальности сетки n показана на рис. 8 в виде графика относительного отклонения предельных концентраций трассера от величин, полученных на максимально детальной расчетной сетке $n = 60$.

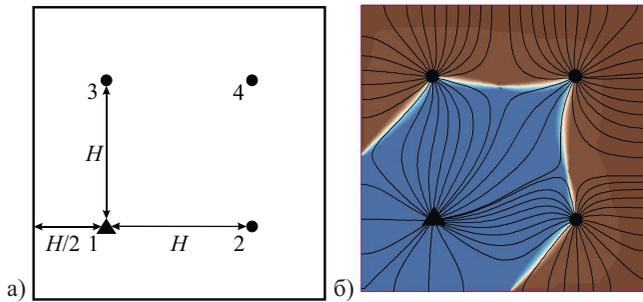


Рис. 7. Схема участка заводнения (а) и предельное распределение трассера и линий тока (б): H – шаг сетки скважин; 1, 2, 3, 4 – номера скважин

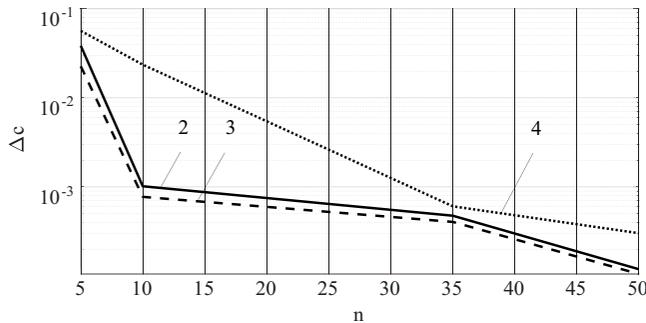


Рис. 8. Сеточная сходимость численного решения задачи имитации закачки трассера: 2, 3, 4 – номера добывающих скважин

На рис. 9 показана динамика стремления концентрации трассера в отбираемой добывающими скважинами жидкости к предельным величинам, определяющим точные значения ψ_{1k}^e долей притока к ним от нагнетательной скважины. Среднеквадратическое по всем добывающим скважинам отклонение $\Delta\psi$ величин ψ_{1k}^e , полученных с помощью линий тока при разном числе стартовых точек N , от точных значений ψ_{1k}^e приведено в табл. 1 и на рис. 10. На том же рисунке приведен соответствующий увеличению числа N рост радиуса R окружности, на которой располагались стартовые точки для линий тока.

Отметим, что решение нестационарной задачи (6) во всей области D требует на несколько порядков больше машинного времени по сравнению с алгоритмом трассировки линий тока с последующим подсчетом потоков. Кроме того, метод имитации закачки трассеров позволяет определять только полные потоки между парами скважин, тогда как предложенный алгоритм делает возможным вычислять расход вдоль произвольной трубки тока, что является необходимым для оснащения расходными характеристиками модели фильтрации вдоль фиксированных

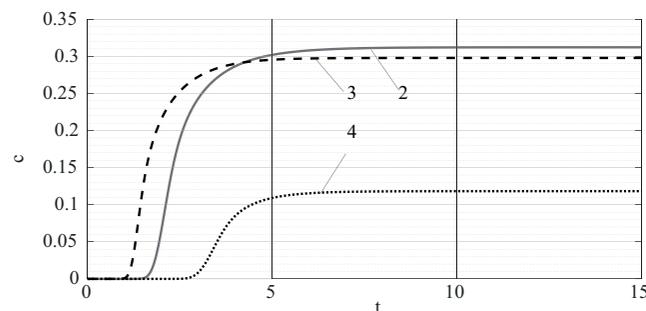


Рис. 9. Динамика концентрации трассера на добывающих скважинах 2, 3, 4

Скв. k	ψ_{1k}^e	$N=20$ $R=0.05$	$N=40$ $R=0.1$	$N=100$ $R=0.25$	$N=190$ $R=0.5$
2	0.3198	0.3438	0.3054	0.3291	0.3238
3	0.2946	0.2852	0.2862	0.3027	0.3072
4	0.1161	0.1017	0.1227	0.1176	0.1147

Табл. 1. Точные и расчетные значения долей притока к добывающим скважинам

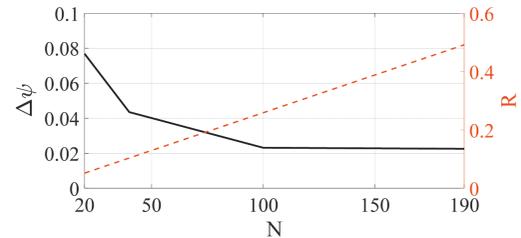


Рис. 10. Среднеквадратическое отклонение (сплошная линия) долей притока к добывающим скважинам при $n = 60$ и радиус (штриховая линия) окружности расстановки стартовых точек

трубок тока (Поташев, Мазо, 2020; Potashev, Mazo, 2021; Мазо и др., 2017).

Аналогичная задача была решена в программном комплексе tNavigator, реализующим решение задач фильтрации на основе метода конечных объемов. Закачка трассера моделировалась на конечно-объемной сетке с разрешением, соответствующим параметру $n = 60$, до достижения равновесных значений концентрации трассера в отбираемой жидкости каждой добывающей скважины. Указанные концентрации сравнивались со значениями степени взаимодействия добывающих и нагнетательных скважин, полученными в том же программном комплексе с помощью встроенного автоматизированного алгоритма, основанного на построении и анализе линий тока. Среднеквадратическое отклонение оцененных такими двумя способами в комплексе tNavigator долей притока нагнетаемой жидкости к добывающим скважинам составило 6.98 %, что соответствует уровню погрешности изложенного в настоящей работе алгоритма при использовании всего порядка $N = 10$ линий тока.

2.3 Оценка динамики взаимовлияния скважин в процессе заводнения

В качестве примера применения предложенного алгоритма рассчитаем динамику распределения закачки по реагирующим добывающим скважинам в процессе заводнения ячеек периодичности двух схем расстановки скважин – обращенной девятиточечной и смещенной трехрядной (Muskat, Wyckoff, 1934; Willhite, 1986; Желтов, 1986) (рис. 2), когда на скважинах поддерживается постоянное забойное давление: $p_1 = 1, p_2 = p_3 = -1$. Для решения такой задачи постановка (1), (2) дополняется уравнением переноса приведенной водонасыщенности s с начальным условием и граничным условием на нагнетательной скважине:

$$mh \frac{\partial s}{\partial t} + \text{div}(h f \mathbf{u}), (x, y) \in D;$$

$$t = 0 : s = 0; (x, y) \in \gamma_i : s = 1.$$

Здесь $f(s) = s^\alpha / F(s)$; $F(s) = s^\alpha + K_\mu (1-s)^\alpha$; $K_\mu = 1$ отношение вязкостей водной и нефтяной фаз; $\alpha = 3$; а входящая в уравнения (1), (2) величина $\sigma = F(s)k / \mu$.

Точные значения долей оттока в каждый момент времени определялись по мгновенным дебитам скважин и сравнивались со значениями, определенными по предложенному алгоритму на основе мгновенного поля скорости фильтрации u .

Из приведенных графиков (рис. 11, 12) видно, что погрешность предложенного алгоритма пренебрежимо мала. С позиции же проектирования заводнения нефтяного пласта интерес представляет существенное перераспределение закачиваемой жидкости между добывающими скважинами в течение этого процесса. При поочередном достижении фронтом насыщенности добывающих скважин распределение между ними долей закачки может меняться более чем на 20 % в виду снижения подвижности двухфазной смеси в малой окрестности добывающих скважин, где происходит максимальная потеря давления. В данном вычислительном эксперименте вязкость водной и нефтяной фаз считалась одинаковой, а функции их относительных проницаемостей задавались в виде кубических зависимостей от насыщенности.

Заключение

Сформулированы теоретические основы алгоритма вычисления расхода пластового флюида вдоль произвольной трубки тока, построенной по полю скорости из численного решения осредненной по толщине пласта задачи фильтрации. Представлен способ реализации алгоритма для вычисления долей оттока и притока между нагнетательными и добывающими скважинами. Применение данного алгоритма продемонстрировано на типичных схемах расстановки скважин. Представлены рекомендации по выбору стартовых точек для трассировки линий тока, позволяющие достичь минимального уровня погрешности определения взаимовлияния скважин в широком диапазоне детальности расчетной сетки фильтрационной модели. Более общим приложением изложенного метода без значимых изменений является оснащение модели фильтрации высокого разрешения вдоль фиксированных трубок тока их расходными характеристиками.

Финансирование

Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета («ПРИОРИТЕТ-2030»).

Литература

- Бузинов С.Н., Умрихин И.Д. (1984). Исследования нефтяных и газовых скважин и пластов. М.: Недра, 269 с.
- Желтов Ю.П. (1986). Разработка нефтяных месторождений. М.: Недра, 332 с.
- Мазо А.Б., Поташев К.А. (2020). Суперэлементы. Моделирование разработки нефтяных месторождений. М.: ИНФРА-М, 220 с.
- Мазо А.Б., Поташев К.А., Баушин В.В., Булыгин Д.В. (2017). Расчет полимерного заводнения нефтяного пласта по модели фильтрации с фиксированной трубкой тока. *Георесурсы*, 19(1), с. 15–20. <http://doi.org/10.18599/grs.19.1.3>
- Панин Д.А., Поташев К.А. (2020). Модификация МКЭ-сеток вблизи скважин в двумерных задачах фильтрации. *Мат. докладов Всероссийской научной конференции: «Актуальные проблемы механики сплошной среды – 2020»*. Казань, с. 339–344.
- Поташев К.А., Ахунов Р.Р. (2020). Оценка неоднородности притока пластового флюида к контуру поперечного сечения вертикальной скважины. *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. Науки*, 162(2), с. 180–192. DOI: 10.26907/2541-7746.2020.2.180-192
- Поташев К.А., Мазо А.Б. (2020). Численное моделирование локального воздействия на нефтяной пласт с применением фиксированных трубок тока для типичных схем заводнения. *Георесурсы*, 22(4), с. 70–78. <https://doi.org/10.18599/grs.2020.4.70-78>
- Поташев К.А., Мазо А.Б., Рамазанов Р.Г., Булыгин Д.В. (2016). Анализ и проектирование разработки участка нефтяного пласта с использованием модели фиксированной трубки тока. *Нефть. Газ. Новации*, 187(4), с. 32–40.
- Саулей В.И., Хозяинов М.С., Тренчиков Ю.И. (2004). Комплексное изучение гидродинамической связи между нагнетательными и добывающими скважинами индикаторными и геофизическими методами. *Каротажник*, с. 123–124.
- Седов Л.И. (1976). Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 536 с.
- Соколовский Э.В., Чижов С.И., Тренчиков Ю.И. и др. (1989). Методическое руководство по технологии проведения индикаторных исследований и интерпретации их результатов для регулирования и контроля процесса заводнения нефтяных залежей. РД 39-014-7428-235-89. Грозный: СевКавНИПИнефть.
- Степанов С.В., Соколов С.В., Ручкин А.А., Степанов А.В., Князев А.В., Корытов А.В. (2018). Проблематика оценки взаимовлияния добывающих и нагнетательных скважин на основе математического моделирования. *Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика*, 4(3),

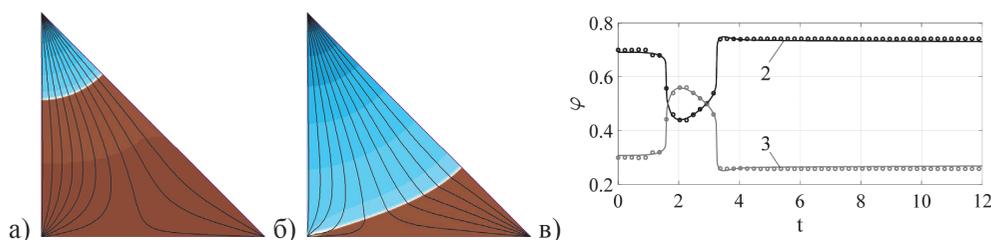


Рис. 11. Структура линий тока и поле насыщенности в начале (а) и в момент $t = 2$ (б) в ячейке заводнения девятиточечной схемы расстановки скважин и динамика долей оттока закачки к добывающим скважинам 2 и 3 (в): линии – точные значения; маркеры – расчет по линиям тока

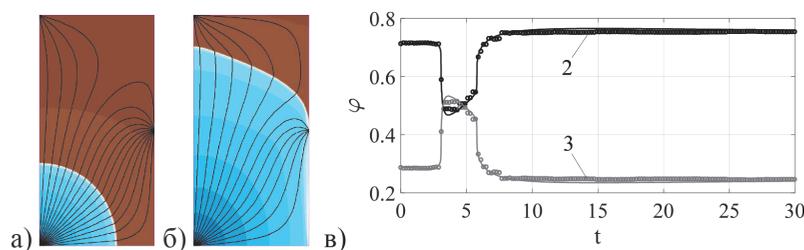


Рис. 12. Структура линий тока и поле насыщенности в начале (а) и в момент $t = 5$ (б) в ячейке заводнения трехрядной схемы расстановки скважин и динамика долей оттока закачки к добывающим скважинам 2 и 3 (в): линии – точные значения; маркеры – расчет по линиям тока

c. 146–164. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-3-146-164>

Чернорубашкин А.И., Макеев Г.А., Гавриленко Г.А. (1985). Применение индикаторных методов для контроля за разработкой нефтяных месторождений. Обзорная информация. Сер. нефтепромысловое дело. М.: ВНИИОЭНГ, 37 с.

Шацкий А.В., Колесов В.В., Шацкий Д.А., Митрофанов А.Д., Бодрягин А.В., Никитин А.Ю. (2005). Имитационное гидропрослушивание и новые возможности метода трассерных исследований. *Геология, геофизика и разработка нефтяных месторождений*, 8, с. 50–58.

Albertoni A. Lake, L.W. (2003). Inferring interwell connectivity only from well-rate fluctuations in waterfloods. *SPE Reserv. Eval. Eng.*, 6, pp. 6–16. <https://doi.org/10.2118/83381-PA>

Batycky, R.P. (1997). A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator. Ph.D. Thesis, Department of Petroleum Engineering, School of Earth Science, Stanford University, Stanford, California, USA.

Holanda R.F., Gildin E., Jensen J.L., Lake L.W., Kabir C.S. (2018). A State-of-the-Art Literature Review on Capacitance Resistance Models for Reservoir Characterization and Performance Forecasting. *Energies*, 11, 3368, pp. 1–46. <https://doi.org/10.3390/en1123368>

Loula A.F.D., Guerreiro J.N.C., Ribeiro F.L.B., Landau L. (1995). Tracer injection simulations by finite element methods. *SPE 27047*.

Muskat M., Wyckoff R.D. (1934). A Theoretical Analysis of Waterflooding Networks. *Trans., AIME*, 107, pp. 62–77. <https://doi.org/10.2118/934062-G>

Muskat M., Wyckoff R.D. (1937). The flow of homogeneous fluids through porous media. *New York, London, McGraw-Hill Book Co*, XIX, 763 p.

Pollock D.W. (1988). Semianalytical Computation of Pathlines for Finite-Difference Models. *Groundwater*, 26(6), pp. 743–750. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.1988.tb00425.x>

Potashev K.A., Mazo A.B. (2021) Mathematical Modeling of Oil Reservoir Waterflooding Using Fixed Streamtube at Various Values of Viscosity Ratio. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 42 (8), pp. 2023–2029. <https://doi.org/10.1134/S1995080221080254>

Shahvali M., Mallison B., Wei K., Gross H. (2011). An Alternative to Streamlines for Flow Diagnostics on Structured and Unstructured Grids. *SPE*

146446, pp. 1–16. <https://doi.org/10.2118/146446-MS>

Spirina E.A., Potashev K.A., Mazo A.B. (2019). Evaluation of the reliability of the averaging over the reservoir thickness for the model with a fixed streamtube. *Conf. Series: J. of Physics*, 1158 042024, pp. 1–6.

Willhite G.P. (1986). Waterflooding. SPE Textbook Series. Richardson, TX, 331 p. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1158/4/042024>

Zemel B. (1996). Tracers in the Oil Field. *Developments in Petroleum Science*, 43. Amsterdam: Elsevier Science.

Сведения об авторах

Константин Андреевич Поташев – доктор физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой аэрогидромеханики, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский (Приволжский) федеральный университет
Россия, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 35

Рустам Рашид угли Ахунув – аспирант кафедры аэрогидромеханики, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский (Приволжский) федеральный университет
Россия, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 35

Александр Бенцианович Мазо – доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры аэрогидромеханики, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский (Приволжский) федеральный университет
Россия, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 35

Статья поступила в редакцию 18.11.2021;

Принята к публикации 11.02.2022; Опубликовано 30.03.2022

IN ENGLISH

ORIGINAL ARTICLE

Calculation of the flow rate between wells in the flow model of an oil reservoir using streamlines

K.A. Potashev, R.R. Akhunov, A.B. Mazo*

N.I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation

*Corresponding author: *Rustam R. Akhunov, e-mail: rustam777-96@mail.ru*

Abstract. To analyze the waterflooding system of an oil reservoir and predict the effectiveness of geological and technical measures, information is required on the distribution of injection rate between the reacting production wells and the reservoir boundary. The most reliable methods for calculating these characteristics are methods based on hydrodynamic modeling of flow. Modern commercial software implement algorithms for these purposes based on the construction and analysis of streamlines. At the same time, there are no reliable estimates of the accuracy of these algorithms and recommendations for choosing the optimal parameters in the available literature.

In this paper, we propose an algorithm for calculating the proportions of the distribution of the total well flow rate between the surrounding wells and the reservoir boundary using streamlines. Streamlines are constructed on the basis of a finite element solution to the flow problem averaged over the formation thickness and determine the boundaries of the streamtubes connecting the corresponding wells. The flow rate through the flow tubes is calculated by numerically integrating the Darcy velocity field of the indicated two-dimensional problem. The algorithm was tested on idealized examples of waterflooding elements of typical well placement schemes, when the exact distribution of the proportions of fluid injected

into the formation is known, and on the example of comparison with the solution of the problem of simulating the injection of a tracer into the reservoir. Recommendations for the selection of starting points for tracing streamlines are presented, which allow achieving a minimum level of error in determining the mutual influence of wells in a wide range of the computational grid resolution of the flow model.

A more general application of the described method without significant changes is to equip the high resolution flow model along fixed stream tubes with their rate characteristics.

Keywords: oil reservoir, well interaction, two-dimensional flow problem, streamtubes, streamlines, numerical simulation

Acknowledgements

The work was supported by the Strategic Academic Leadership Program of the Kazan Federal University (“PRIORITET-2030”).

Recommended citation: Potashev K.A., Akhunov R.R., Mazo A.B. (2022). Calculation of the flow rate between wells in the flow model of an oil reservoir using streamlines. *Georesursy = Georesources*, 24(1), pp. 27–35. DOI: <https://doi.org/10.18599/grs.2022.1.3>

References

- Albertoni A. Lake, L.W. (2003). Inferring interwell connectivity only from well-rate fluctuations in waterfloods. *SPE Reserv. Eval. Eng.*, 6, pp. 6–16. <https://doi.org/10.2118/83381-PA>
- Batycky, R.P. (1997). A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator. Ph.D. Thesis, Department of Petroleum Engineering, School of Earth Science, Stanford University, Stanford, California, USA.
- Buzinov S.N., Umrihin I.D. (1984). Research of oil and gas wells and reservoirs. Moscow: Nedra, 269 p. (In Russ.)
- Chernorubashkin A.I., Makeev G.A., Gavrilenko G.A. (1985). Application of indicator methods to control the development of oil fields. Overview. Moscow: VNIIOENG, 37 p. (In Russ.)
- Holanda R.F., Gildin E., Jensen J.L., Lake L.W., Kabir C.S. (2018). A State-of-the-Art Literature Review on Capacitance Resistance Models for Reservoir Characterization and Performance Forecasting. *Energies*, 11, 3368, pp. 1–46. <https://doi.org/10.3390/en1123368>
- Loula A.F.D., Guerreiro J.N.C., Ribeiro F.L.B., Landau L. (1995). Tracer injection simulations by finite element methods. *SPE 27047*.
- Mazo A.B., Potashev K.A. (2020). Superelements. Petroleum reservoir simulation. Moscow: Infra-M, 220 p. (In Russ.)
- Mazo A.B., Potashev K.A., Baushin V.V., Bulygin D.V. (2017). Numerical Simulation of Oil Reservoir Polymer Flooding by the Model of Fixed Stream Tube. *Georesursy = Georesources*, 19(1), pp. 15–20. <http://doi.org/10.18599/grs.19.1.3>
- Mazo A.B., Potashev K.A. (2020). Numerical modeling of local impact on the oil reservoir using fixed flowtubes for typical waterflooding schemes. *Georesursy = Georesources*, 22(4), pp. 70–78. (In Russ.) <https://doi.org/10.18599/grs.2020.4.70-78>
- Muskat M., Wyckoff R.D. (1934). A Theoretical Analysis of Waterflooding Networks. *Trans., AIME*, 107, pp. 62–77. <https://doi.org/10.2118/934062-G>
- Muskat M., Wyckoff R.D. (1937). The flow of homogeneous fluids through porous media. *New York, London, McGraw-Hill Book Co.*, XIX, 763 p.
- Panin D.A., Potashev K.A. (2020). Modification of FEM-grids near wells in two-dimensional filtration problems. *Proc. Conf.: Actual problems of continuum mechanics – 2020*. Kazan: pp. 339–344. (In Russ.)
- Pollock D.W. (1988). Semianalytical Computation of Pathlines for Finite-Difference Models. *Groundwater*, 26(6), pp. 743–750. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.1988.tb00425.x>
- Potashev K.A., Ahunov R.R. (2020). Assessment of heterogeneity of reservoir fluid inflow to the cross-sectional contour of a vertical well. *Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Series Physics and Mathematics*, 162(2), pp. 180–192. (In Russ.)
- Potashev K.A., Mazo A.B. (2021). Mathematical Modeling of Oil Reservoir Waterflooding Using Fixed Streamtube at Various Values of Viscosity Ratio. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 42 (8), pp. 2023–2029. <https://doi.org/10.1134/S1995080221080254>
- Potashev K.A., Mazo A.B., Ramazanov R.G., Bulygin D.V. (2016). Analysis and design of a section of an oil reservoir using a fixed stream tube model. *Neft. Gaz. Novacii*, 187(4), pp. 32–40. (In Russ.)
- Sauley V.I., Hozyainov M.S., Trenchikov Ju.I. (2004). Comprehensive study of the hydrodynamic relationship between injection and production wells by indicator and geophysical methods. *Karotazhnik*, 10–11(123–124). (In Russ.)
- Sedov L.I. (1976). Continuum mechanics. Moscow: Nauka, 536 p. (In Russ.)
- Shahvali M., Mallison B., Wei K., Gross H. (2011). An Alternative to Streamlines for Flow Diagnostics on Structured and Unstructured Grids. *SPE 146446*, pp. 1–16. <https://doi.org/10.2118/146446-MS>
- Shatsky A.V., Kolesov V.V., Shatsky D.A., Mitrofanov A.D., Bodryagin A.V., Nikitin A.Ju. (2005). Simulation testing and new possibilities of the method of tracer studies. Moscow: VNIIOENG, 8, pp. 50–58. (In Russ.)
- Sokolovsky Je.V., Chizhov S.I., Trenchikov Ju.I. et al. (1989). . Methodological guidance on the technology of indicator studies and the interpretation of their results for the regulation and control of the process of waterflooding of oil deposits. RD 39-014-7428-235-89. Grozny: SevKavNIPIneft. (In Russ.)
- Spirina E.A., Potashev K.A., Mazo A.B. (2019). Evaluation of the reliability of the averaging over the reservoir thickness for the model with a fixed streamtube. *Conf. Series: J. of Physics*, 1158 042024, pp. 1–6.
- Stepanov S. V., Sokolov S. V., Ruchkin A. A., Stepanov A. V., Knjazev A. V., Korytov A. V. (2018). Problems of assessing the mutual influence of production and injection wells based on mathematical modeling. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, pp. 146–164. (In Russ.) <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-3-146-164>
- Willhite G.P. (1986). Waterflooding. SPE Textbook Series. Richardson, TX, 331 p. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1158/4/042024>
- Zemel B. (1996). Tracers in the Oil Field. *Developments in Petroleum Science*, 43. Amsterdam: Elsevier Science.
- ZheltoV Ju.P. (1986). Oil field Development. Moscow: Nedra, 332 p. (In Russ.)

About the Authors

Konstantin A. Potashev – DSc (Physics and Mathematics), Associate Professor, Head of the Department of Aerohydromechanics, N.I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation

35, Kremlevskaya st., Kazan, 420008, Russian Federation

Rustam Rashid ugli Akhunov – PhD student, Department of Aerohydromechanics, N.I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation

35, Kremlevskaya st., Kazan, 420008, Russian Federation

Aleksandr B. Mazo – DSc (Physics and Mathematics), Professor, Department of Aerohydromechanics, N.I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation

35, Kremlevskaya st., Kazan, 420008, Russian Federation

Manuscript received 18 November 2021;

Accepted 11 February 2022; Published 30 March 2022