

Численно-аналитическое моделирование добычи нефти горизонтальной скважиной из-под газовой шапки с автоматической адаптацией

Д.В. Шевченко^{1,2}, А.А. Саламатин^{1,3}, А.Д. Яруллин⁴, С.А. Усманов^{1*}, В.В. Савельев¹, В.А. Судаков¹,
А.П. Рошкеттаев⁵, Е.В. Юдин⁵, Д.С. Воробьев⁶, В.В. Сорокина⁵, А.А. Свешникова⁵

¹Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

²Казанский инновационный университет имени В.Г. Тимирязова, Казань, Россия

³ИММ – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

⁴ООО «Геонай», Казань, Россия

⁵ООО «Газпромнефть НТЦ», Санкт-Петербург, Россия

⁶ООО «Газпромнефть-Ямал», Салехард, Россия

В статье представлена численно-аналитическая модель прорыва газа к скважине при разработке горизонтальными скважинами нефтяных месторождений с газовой шапкой. Используемая полуаналитическая модель позволяет описать процесс развития газового конуса и воспроизводить параметры добычи нефти и газа по скважине с применением настройки на фактическую историю добычи при помощи нескольких коэффициентов. Численная схема модели была реализована в виде расчетной библиотеки на языке программирования Python ver. 3.6.

Алгоритм протестирован на залежах нефти с газовой шапкой Ямальской нефтегазоносной области и показал хорошие результаты при адаптации и прогнозных расчетах. Среднее время расчета одной итерации менее 10 с позволяет проводить многовариантные запуски расчета модели с использованием оптимизационных алгоритмов для автоматической настройки модели на фактические данные о добыче. Результаты использования автоматизированной настройки на историю добычи показали удовлетворительную сходимость с фактическими данными. Таким образом, созданный алгоритм позволяет снизить трудо- и времязатраты при расчете прогноза добычи, тем самым повышая эффективность принимаемых решений по оптимизации разработки.

Ключевые слова: месторождение, газовая шапка, горизонтальная скважина, газовый фактор

Для цитирования: Шевченко Д.В., Саламатин А.А., Яруллин А.Д., Усманов С.А., Савельев В.В., Судаков В.А., Рошкеттаев А.П., Юдин Е.В., Воробьев Д.С., Сорокина В.В., Свешникова А.А. (2023). Численно-аналитическое моделирование добычи нефти горизонтальной скважиной из-под газовой шапки с автоматической адаптацией. *Георесурсы*, 25(4), с. 58–68. <https://doi.org/10.18599/grs.2023.4.10>

Введение

Как известно, залежи газонефтяных или газоконденсатных месторождений характеризуются наличием нефтяной оторочки – достаточно тонкого нефтенасыщенного слоя, залегающего между водоносным горизонтом и газовой шапкой. Добыча нефти на таких месторождениях предполагает использование горизонтальных скважин. Процесс добычи сопровождается образованием конуса газа. После прорыва конуса газа к скважине газовый фактор (ГФ) скважины может сильно варьироваться в зависимости от дебита. Задача прогнозирования зависимости дебита газа от дебита нефти является актуальной, и ее решение позволит оптимизировать добычу на таких месторождениях.

Целью настоящего исследования является развитие математической модели газового фактора GORM (gas-oil ratio model) (Mjaavatten, Aasheim, 2006) для учета специфики пробуренных горизонтальных скважин и, на ее

основе, создание программного комплекса для численной оценки добычи газа с автоматической адаптацией на исторические данные.

Представлен опыт разработки и апробации такого комплекса с описанием подходов адаптации модели к фактическим параметрам добычи на залежах нефти с газовой шапкой Ямальской нефтегазоносной области.

Математическая модель

Рассматриваются объекты разработки месторождений, в которых нефтяной слой расположен между непроницаемой подошвенной границей или водяным пластом снизу и газовой областью (газовой шапкой) сверху. Такие условия позволяют считать, что изначально газонефтяной контакт (ГНК) и водонефтяной контакт (ВНК) являются плоскими горизонтальными поверхностями.

При разработке месторождения горизонтальной скважиной над ней образуется газовый конус – область снижения ГНК к скважине, вплоть до пересечения со скважиной (рис. 1). Далее будем называть процесс опускания ГНК конусообразованием.

Процесс конусообразования является трехмерным, нестационарным и существенно нелинейным. Поэтому

* Ответственный автор: Сергей Анатольевич Усманов
e-mail: sausmanov@gmail.com

© 2023 Коллектив авторов

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

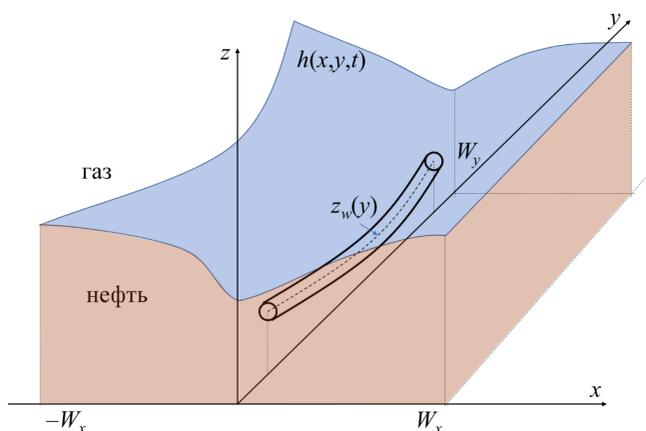


Рис. 1. Схема опускания газового конуса над скважиной, совмещенная с системой координат. Ось y направлена вдоль скважины, ось x – перпендикулярно в горизонтальной плоскости, ось z – вертикально вверх

подходы к прогнозированию его динамики традиционно основываются на математических моделях, выражающих законы сохранения. Такие задачи не могут быть решены с приемлемой точностью на основе аналитических моделей. Широкое развитие получили численные трехмерные модели, основанные на принципе конечных разностей, реализуемые в коммерческих симуляторах Eclipse, GEM, tNavigator и др. (Davaranah, Mirshekari, 2018). Подобные модели предоставляют широкий спектр возможностей и позволяют оценивать распределение давлений и насыщенностей в узлах расчетной сетки на выбранные моменты времени, а также рассчитывать дебиты нефти, газа и воды по скважинам. Основным недостатком таких моделей является трудоемкость построения и адаптации на историю ввиду необходимости задания большого набора параметров и их модификации при настройке модели. Это ограничивает возможность использования алгоритмов автоматизированной адаптации.

Применение полуаналитических моделей в данном случае позволяет упростить создание модели, повысить скорость расчета, сформировать комплексные переменные для проведения автоматической адаптации и, как следствие, значительно снизить временные затраты на получение результатов. Разработка полуаналитических моделей позволяет снизить зависимость от коммерческих программных продуктов и получить гибкое решение, что открывает значительный потенциал при использовании таких моделей в корпоративных информационных системах при роботизации процесса анализа и оптимизации разработки.

Таким образом, для решения данных задач было проведено развитие полуаналитической модели GORM в части двумерного расчета и учета реального профиля скважины и работы ее отдельных интервалов перфорации.

Основные физические допущения и упрощения

Для применения обобщенной модели GORM будем считать справедливыми следующие допущения.

- Исследуется процесс безнапорной разработки в окрестности одиночной горизонтальной скважины.

- Кривизна траектории скважины мала (не более $2^\circ/10$ м).
- Пласт тонкий, строго горизонтальный, газовая шапка над всем пластом, а поверхность ВНК остается неподвижной в течение всего процесса.
- Фильтрационно-емкостные характеристики постоянны для пласта.
- Капиллярные силы не учитываются, т.е. ГНК моделируется поверхностью без переходной зоны.
- Область дренирования значительно больше толщины нефтяного слоя, а на ее границе справедливо условие непротекания.
- Для тонкого пласта можно считать, что давление в газовой шапке постоянно и в нефти распределено гидростатически.
- Давление в газе успевает выравняться и на поверхности газовой шапки остается постоянным как в пространстве, так и с течением времени.
- Область дренирования можно ограничить прямоугольной областью, расположенной симметрично относительно скважины.
- Известно распределение дебита нефти по скважине в пластовых условиях или распределение депрессии по скважине.

Математическая постановка

Обозначим индексом g величины, характеризующие газовую фазу. Величины для нефти будем использовать без индексов. Высоту поверхности ГНК над ВНК обозначим как $h = h(x,y,t)$ (рис. 2).

Согласно предположениям модели давление в газе на вершине газовой шапки постоянно: $p_g(h_G) = p_G = \text{const}$.

Давление в нефтяном слое распределено гидростатически:

$$p(x,y,z,t) = p_G + \rho_g g (h - h_0) + \rho g (h - z),$$

Тогда

$$\text{grad } p = \left(\Delta \rho g \frac{\partial h}{\partial x}; \Delta \rho g \frac{\partial h}{\partial y}; -\rho g \right),$$

где $\Delta \rho = \rho - \rho_g$, g – ускорение свободного падения.

Скорость фильтрации нефти равна:

$$v = -\frac{k}{\mu} \text{grad}(p + \rho g z),$$

где k – проницаемость пористой среды, μ – коэффициент динамической вязкости нефти.

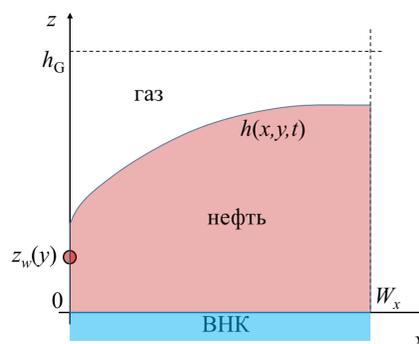


Рис. 2. Вертикальный разрез газового конуса ортогонально к скважине

На подвижной поверхности $h(x,y,z)$ справедливо условие равенства средней скорости нефти скорости движения поверхности

$$v_z = \varphi \frac{\partial h}{\partial t},$$

где φ – пористость.

ВНК считается неподвижным, нормальная скорость нефти на ВНК равна нулю.

Нормальная скорость нефти также равна нулю на внешних границах исследуемой области.

Интегрируя уравнение неразрывности $\text{div } \mathbf{v} = 0$ по толщине нефтяного слоя от 0 до h , получаем уравнение Дюпюи – Форхгеймера для толщины нефтяного слоя (Dupuit, 1863):

$$\varphi \frac{\partial h}{\partial t} - \Delta \rho g \text{div}_{xy} \left(h \frac{k}{\mu} \text{grad}_{xy} h \right) = 0.$$

Отметим, что в текущей постановке модель позволяет учитывать латеральную неоднородность полей ФЭС. В настоящей работе проводились расчеты при постоянных значениях пористости и проницаемости. Это отвечает уравнению материального баланса нефти относительно локальной мощности нефтяной оторочки h

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial x} h \frac{\partial h}{\partial x} + \alpha \frac{\partial}{\partial y} h \frac{\partial h}{\partial y}, \tag{1}$$

где $\alpha = \frac{kg\Delta\rho}{\mu\varphi}$.

Симметричность задачи относительно скважины позволяет проводить исследование только в правой полуплоскости $x \geq 0$. Для численного анализа ограничим нашу область прямоугольником $[0; W_x] \times [-W_y; L + W_y]$, где L – длина участка скважины в пласте.

Краевыми условиями для уравнения (1) будут:

- условие непротекания на границе области:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{x=W_x} = \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_{y=L+W_y} = \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_{y=-W_y} = 0; \tag{2}$$

- баланс объема нефти на скважине:

$$2\alpha\varphi \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{x=0} = \tilde{q}_o, \tag{3}$$

где \tilde{q}_o – объемный дебит нефти с единицы длины скважины;

- начальное условие:

$$h(t = 0) = 0. \tag{4}$$

Соотношения для моделирования процессов около скважины

Для моделирования особенностей притока к различным участкам скважины использована следующая

зависимость депрессии от координаты y вдоль скважины при $x = 0$:

$$\Delta p(y_w) = K_k(y_w) \Delta p_k,$$

$$K_k(y_w) = \left(1 + (\beta_k - 1) \frac{y_w - y_{k0}}{L} \right),$$

где k – номер перфорированного участка скважины.

В зависимости от однородности или неоднородности параметров Δp_k и $\beta_k = \Delta p_{ik}/p_{bk}$ можно смоделировать случаи единой, монотонной и независимой динамики депрессии по стволу (рис. 3):

Объемный дебит с единицы длины скважины будет пропорционален депрессии с учетом того, что часть δ скважины заполнена газом:

$$\tilde{q}_o = J_o D(\delta) \Delta p(y).$$

Добыча газа в таком случае будет равна:

$$\tilde{q}_g = J_g (1 - D(\delta)) \Delta p(y).$$

Здесь J – коэффициент продуктивности для соответствующей фазы, $\delta = (z_w(y) - h(0,y,t))/d_w$ – безразмерный уровень нефти в скважине, $D(\delta)$ – параметр, зависящий от геометрии уровней в скважине, d_w – диаметр скважины.

Для определения параметра D можно использовать предположения, что поток фазы пропорционален площади или дуге контура скважины, занятого фазой. Для этих случаев получаем зависимости

$$D(\delta) = \begin{cases} 1 - (\theta - \sin \theta)/2\pi, & \text{площадь} \\ 1 - \theta/2\pi, & \text{дуга} \end{cases}$$

где $\theta = 2\arccos(1 - 2\delta)$.

В итоге на скважине можем записать граничные условия:

- при заданном распределении дебита

$$\tilde{q}_o(y_w) = q_{ok} \frac{K_k(y_w) D(\delta(y_w))}{\int_{l_k} K_k(s_w) D(\delta(s_w)) ds},$$

- при заданном распределении депрессии:

$$\tilde{q}_o(y_w) = q_o \frac{K_k(y_w) \Delta p_k D(\delta(y_w))}{\int_{l_k} K_k(s_w) \Delta p_k D(\delta(s_w)) ds}.$$

Здесь q_o – дебит нефти в пластовых условиях.

Так как условия по дебиту известны в поверхностных условиях, запишем уравнения перевода:

- при заданном дебите нефти в поверхностных условиях Q_o

$$q_o = Q_o B_o$$

- при заданном дебите газа в поверхностных условиях Q_g

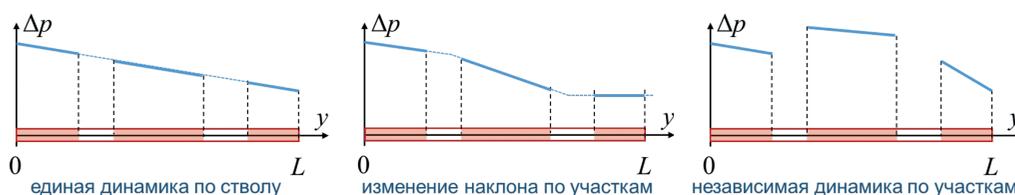


Рис. 3. Варианты моделирования депрессии вдоль скважины

$$q_o = Q_g / \left(\frac{\gamma \psi}{B_g} + \frac{R_s}{B_o} \right),$$

где

$$\psi = \int_{l_k} K_k(s_w) \Delta p_k (1 - D(\delta(s_w))) ds / \int_{l_k} K_k(s_w) \Delta p_k D(\delta(s_w)) ds,$$

$$\gamma = J_g / J_o.$$

Заметим, что из представленных утверждений можно получить

$$\left. \frac{Q_g}{Q_o} \right|_{t=0} = R_s.$$

Безразмерный анализ

Перед приведением системы уравнений к безразмерному виду заметим, что для толщины нефтяного слоя имеется две характерные величины:

- изменение высоты слоя $\eta = h - h_0$ – именно эта величина испытывает характерные изменения в течение процесса;
- общая толщина слоя h – именно эта величина обеспечивает проводимость нефти.

Если скважина находится близко к ВНК, то эти величины близки друг к другу, в противном случае они могут значительно отличаться.

С учетом введенных обозначений уравнения (1)–(4) можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial x} h \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha \frac{\partial}{\partial y} h \frac{\partial \eta}{\partial y},$$

$$2\alpha\phi \left(h \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{x=0} = \tilde{q}_o,$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{x=W_x} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)_{y=L+W_y} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)_{y=-W_y} = 0,$$

$$h(t=0) = h_0.$$

Безразмерная постановка задачи

Характерными в данном процессе будут следующие значения толщины нефтяного слоя и дебита с единицы длины скважины: $\tilde{q}_{oc} = Q_{oc} B_o / L$.

Характерные значения для координат $x_c = y_c$, времени t_c и прогиба ГНК η_c определим позднее из анализа уравнений.

Поделим все переменные на их характерные величины и обозначим это такими же переменными с чертой:

$$\bar{h} = h/h_c \text{ и т.д.}$$

Получаем следующую систему уравнений в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{t}} = A \left(\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \bar{h} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \bar{h} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{y}} \right),$$

$$\left(\bar{h} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{x}} \right)_{\bar{x}=0} = S \bar{q}_o,$$

$$\left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{x}} \right)_{\bar{x}=W_x/x_c} = \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{y}} \right)_{\bar{y}=(L+W_y)/x_c} = \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{y}} \right)_{\bar{y}=-W_y/x_c} = 0,$$

$$\bar{h}(\bar{t}=0) = 1.$$

Здесь:

$$A = \frac{\alpha h_0 t_c}{x_c^2},$$

$$S = \frac{x_c \tilde{q}_{oc}}{2\alpha\phi h_0 \eta_c}.$$

Характерное время определяется из равенства $A = 1$, так как это то время, при котором скважина уже сформирует характерный газовый конус, но еще не установится равновесный профиль уровня поверхности нефти:

$$t_c = \frac{x_c^2}{\alpha h_0} = \frac{x_c^2 \mu \phi}{kg \Delta \rho h_0}.$$

Характерная координата определяется из условия $S = 1$, так как именно в этом случае процесс определяется дебитом скважины:

$$x_c = \frac{2kg \Delta \rho h_0 \eta_c}{\mu \tilde{q}_{oc}}.$$

Характерная величина прогиба определяется из ограничений:

а) процесс ограничен размером области $x_c \leq W_x$;

б) уровень ГНК не может опуститься ниже скважины $\eta_c \leq h_0 - z_{wc}$, где z_{wc} – наибольшая высота перфорированного интервала скважины над ВНК.

В итоге получаем

$$\eta_c = \min \left(h_0 - z_{wc}; \frac{W_x \mu \tilde{q}_{oc}}{2kg \Delta \rho h_0} \right) = \min \left(h_0 - z_{wc}; \frac{W_x \tilde{q}_{oc}}{2\alpha\phi h_0} \right).$$

Соответственно, для характерного простираения процесса можно получить:

$$x_c = \min \left(\frac{2kg \Delta \rho h_0 (h_0 - z_{wc})}{\mu \tilde{q}_{oc}}; W_x \right).$$

Если первый член в правой части выражения имеет меньшее значение, то конус достигает скважины до того, как произойдут изменения около границы. Время прорыва газа примерно совпадает с характерным временем процесса

$$t_g \sim t_c = \frac{4\Delta\rho\phi h_0 kg (h_0 - z_{wc})^2}{\mu \tilde{q}_{oc}^2}.$$

Если же второй член в правой части выражения имеет меньшее значение, то конус успевает достигнуть границы и опускается почти равномерно с уменьшением общего объема нефти в области. При этом прорыв газа в скважину может произойти на временах, значительно превышающих характерное время процесса.

Оценить время прорыва в этом случае можно из балансовых соображений

$$t_g \sim t_c + \frac{2(h_0 - z_{wc} - \eta_c)\phi W_x}{\tilde{q}_{oc}} = \frac{2\phi W_x (h_0 - z_{wc})}{\tilde{q}_{oc}}.$$

Объединяя оба случая, получаем

$$t_g = \begin{cases} \frac{4h_0\alpha\phi^2 (h_0 - z_{wc})^2}{\tilde{q}_{oc}^2}, & h_0 - z_{wc} \leq \frac{W_x \tilde{q}_{oc}}{2\alpha\phi h_0}, \\ \frac{2\phi W_x (h_0 - z_{wc})}{\tilde{q}_{oc}}, & h_0 - z_{wc} > \frac{W_x \tilde{q}_{oc}}{2\alpha\phi h_0}. \end{cases} \quad (5)$$

Характерные значения основных определяющих переменных для рассматриваемых месторождений

Для характерных значений параметров различных месторождений может быть получен достаточно широкий диапазон характерных времен от нескольких суток до десятков лет.

Для рассматриваемых залежей справедливы следующие усредненные значения геологических и физических параметров:

$$h_0 = 20,7 \text{ м}, k = 70 \text{ мД}, \Delta\rho = 7 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3, (h_0 - z_{wc}) = 7,6 \text{ м}, \\ \bar{q}_{oc} = B_o Q_{oc} / L \sim 0,38 \text{ м}^2/\text{сут}, \mu = 0,9 \text{ сПз}, \varphi = 0,2, W_x = 80 \text{ м}, \\ 2kg\Delta\rho(h_0 - z_{wc}) / (\mu \bar{q}_{oc}) = 38,15 \text{ м}.$$

Тогда имеем $x_c = 38,15 \text{ м}$, $t_c = 305 \text{ сут} \approx 10 \text{ мес}$.

Реальное время прорыва газа равно 8,5 мес.

Таким образом, полученные результаты позволяют достаточно хорошо определить время прорыва газа.

Численная схема и программная реализация

Сетка конечно-разностной аппроксимации

Уравнения для определения поверхности ГНК записываются на разностной сетке на основе метода прямых (Лисковец, 1965). Дискретизация проводилась по пространственным переменным. Полученные обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) выражают эволюцию локальной толщины ГНК от времени в точках пространственной сетки.

Сетка по координате x является неравномерной. Она состоит из двух частей. В окрестности скважины она строится по логарифмическому закону. Для этого задаются минимальный шаг, который отвечает ячейке сетки, содержащей скважину, и шаг геометрической прогрессии – множитель, согласно которому увеличивается ширина ячейки расчетной сетки при удалении от скважины. Третий параметр – максимальный шаг сетки в направлении x . При достижении этого значения сетка дополняется равномерными шагами вплоть до заполнения всей области дренирования до W_x .

Сетка по координате y вдоль скважины является квазиравномерной (рис. 4). При ее построении задаются максимальный шаг сетки и набор интервалов скважины (содержащих и не содержащих перфорации). По построению сетки концы таких интервалов являются узлами сетки в этом направлении. Таким образом, каждый интервал скважины заполняется равномерно распределенными

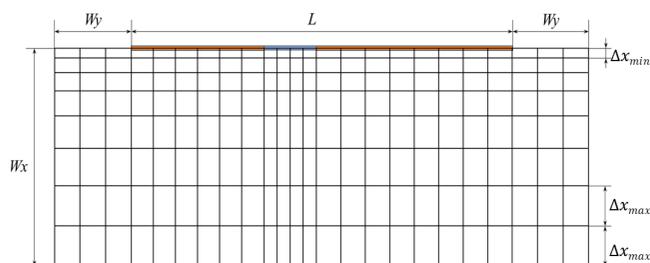


Рис. 4. Используемая разностная сетка. Коричневым цветом показаны перфорированные участки скважины, синим – неперфорированные

узлами сетки. Шаг на интервале выбирался так, чтобы он не превосходил максимально заданное значение.

Выбранный квазиортогональный подход к построению пространственной сетки позволил учесть резкое изменение формы ГНК в окрестности скважины и одновременно значительно снизить время расчета динамики процесса за счет крупного шага вдали от скважины.

Алгоритм численного решения

Реализована следующая последовательность решения задачи. На каждый момент времени t считается известным поле $h(x, y, t)$, что позволяет рассчитать величины $D(\delta(y))$, $K(y)$, отвечающие линии $x = 0$ на данный момент времени. Далее интегрированием находим значение ψ . В зависимости от того, по какой фазе осуществляется контроль, считается заданной величина Q_o или Q_g . По вычисленной ψ и заданному значению y находится второй (незаданный) объемный расход фазы.

Окончательно, определяем граничное условие на вертикали, проходящей через скважину.

Представленная схема расчетов позволяет применять стандартную дискретизацию по методу конечных объемов (конечных разностей) для пространственного оператора. Сохраняя дифференциальный оператор по времени, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно вектора h , который представляет собой изменение локальной высоты ГНК со временем в узлах сетки расчетной области. Такое представление позволяет использовать стандартные библиотеки для решения эволюционных задач, задач Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Программный модуль

Численная схема модели GORM была реализована в виде расчетной библиотеки на языке программирования Python ver. 3.6. Библиотека состоит из трех модулей: импорт входных файлов, скрипт решателя, экспорт результатов расчета.

В качестве входных данных используется формализованный набор файлов в формате excel. Модуль импорта выполняет функцию чтения геологических и физических параметров пласта и параметров расчета. Данный модуль также выполняет загрузку информации о траектории, перфорациях и дебитах скважин.

Спецификой численной схемы является многократное умножение матрицы на вектор. В модуле решателя использовались разреженные матрицы, что позволило исключить лишние операции с умножением на нулевые элементы матрицы. Кроме того, проведено профилирование кода для выявления функций, наиболее ресурсоемких по использованию оперативной памяти и времени выполнения, выполнена оптимизация кода, что позволило значительно снизить время расчета.

Результаты расчета представляются в формате excel-таблиц, а также в виде графиков: объема добычи нефти и газа, изменения положения газонефтяного контакта, изменения газового фактора, накопленного дебита газа и нефти. Модуль экспорта выполняет функцию вывода перечисленных данных.

Опыт автоматической адаптации

Постановка задачи автоматической адаптации

Ввиду удобства использования комплексных переменных модели, а также потенциала роботизации процесса создания и адаптации модели в рамках настоящей работы был реализован функционал автоматизированной адаптации модели путем автоматического подбора параметров модели для воспроизведения фактической динамики работы скважин с использованием оптимизационных алгоритмов.

Используемые целевые функции

Было рассмотрено три варианта целевых функций (ЦФ).

1. При оптимизации использовался минимум среднеквадратичного отклонения целевой функции F :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i^c - F_i^f)^2 \rightarrow \min,$$

где F_i^f и F_i^c – значения ЦФ в i -й момент времени по факту и расчету соответственно.

Целевые функции, используемые при адаптации:

$F_g = Q_g / \bar{Q}_g$ – нормированный дебит газа в поверхностных условиях;

$F_o = Q_o / \bar{Q}_o$ – нормированный дебит нефти в поверхностных условиях;

$F_{g0} = Q_g / (Q_o + Q_g)$ – доля газа в добываемой продукции;

$F_{all} = a_g F_g + a_o F_o + a_{go} F_{g0}$ – линейное взвешивание.

Здесь \bar{Q}_o , \bar{Q}_g – характерные значения дебитов нефти и газа. В качестве таковых были выбраны средние значения фактических результатов.

2. При оптимизации использовался минимум взвешенной суммы квадратов с повышенным весом последних значений:

$$\frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^{n_1} (F_i^c - F_i^f)^2 + v \cdot \sum_{i=n_1+1}^n (F_i^c - F_i^f)^2 \right] \rightarrow \min,$$

где задаются вес v и доля истории со старым весом $p = n_1/n$, $n_1 = [pn]$.

3. При оптимизации использовалась линейная комбинация среднеквадратичного отклонения показателя по времени и квадрата отклонения кумуляты дебита нефти / газа:

$$\left(b_f \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i^c - F_i^f)^2 + b_o \cdot \left(\frac{Q_{онакоп}^c}{\bar{Q}_o \cdot n} - \frac{Q_{онакоп}^f}{\bar{Q}_o \cdot n} \right)^2 + b_g \cdot \left(\frac{Q_{онакоп}^c}{\bar{Q}_g \cdot n} - \frac{Q_{онакоп}^f}{\bar{Q}_g \cdot n} \right)^2 \right) \rightarrow \min$$

коэффициенты b_f , b_o и b_g задаются так, чтобы в сумме были равны единице.

Исследование зависимости целевой функции от параметров задачи

Анализ зависимости целевых функций от параметров выявил «оврагоподобное» поведение ЦФ (рис. 5, 6). При уменьшении параметра α (и прочих фиксированных параметрах) значения ЦФ изменяются от некоторой постоянной величины (соответствующей процессу без прорыва

газа) до минимума с последующим резким ростом и выходом на режимы недопустимых решений.

Такое поведение приводит к необходимости очень аккуратного выбора начальных значений параметра α и дальнейшей обработки случаев нулевых градиентов и выхода из областей отсутствия решения.

Используемые методы оптимизации

Реализовать общий способ для решения задач оптимизации невозможно. С целью выявления наиболее подходящего способа проводились исследования следующих алгоритмов: усеченный метод Ньютона (Nash, 1984), дифференциальная эволюция (Storn, Price, 1997), метод Нелдера – Мида (Gao, Han, 2012).

В итоге, автоматизированная адаптация была реализована на основе алгоритма минимизации скалярной функции нескольких переменных с помощью симплекс-метода Нелдера – Мида. Этот метод является самым простым способом свести к минимуму явно определенную функцию. Для этого необходимо указать минимальные и максимальные значения, в пределах которых происходит варьирование параметров.

Оценка характерных значений параметров для адаптации на основе безразмерного анализа

При автоматической адаптации очень важно правильно подобрать начальные приближения параметров.

Безразмерный анализ позволяет оценить параметры пласта по моменту прорыва газа в скважину t_g . Покажем, как это можно сделать.

Как правило, геометрические и технологические параметры разработки определены достаточно точно. Мы не будем варьировать значения параметров h_0 , z_{wc} , \tilde{q}_{oc} , φ , считая их заданными.

Определим примерные значения α и W_x из формулы (5) при известном значении времени прорыва газа t_g (рис. 7).

Рассмотрим два случая.

1. Зафиксирован параметр α .

Значение параметра W_x , при котором происходит прорыв газа в указанный момент времени, примерно равно:

$$W_x \sim \frac{t_g \tilde{q}_{oc}}{2\varphi(h_0 - z_{wc})}.$$

Если при этом нарушается условие

$$h_0 - z_{wc} > W_x \tilde{q}_{oc} / 2\alpha\varphi h_0,$$

то можно сделать вывод, что при данном значении α достичь заданного времени прорыва газа невозможно при любых W_x .

2. Зафиксирован параметр W_x .

Примерное значение параметра α , при котором происходит прорыв газа в указанный момент времени, примерно равно:

$$\alpha \sim \frac{t_g \tilde{q}_{oc}^2}{4h_0\varphi^2(h_0 - z_{wc})^2}.$$

Если при этом заметно нарушается условие

$$h_0 - z_{wc} \leq W_x \tilde{q}_{oc} / 2\alpha\varphi h_0,$$

то можно сделать вывод, что при данном значении W_x достичь заданного времени прорыва газа невозможно при любых α .

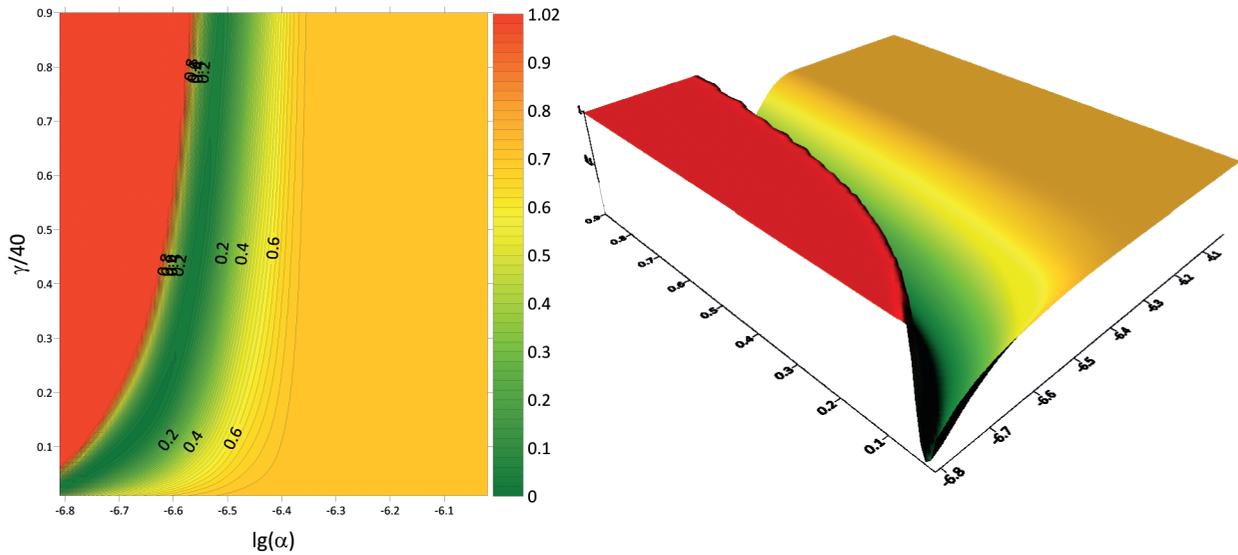


Рис. 5. Типовая зависимость целевой функции от параметров α и γ

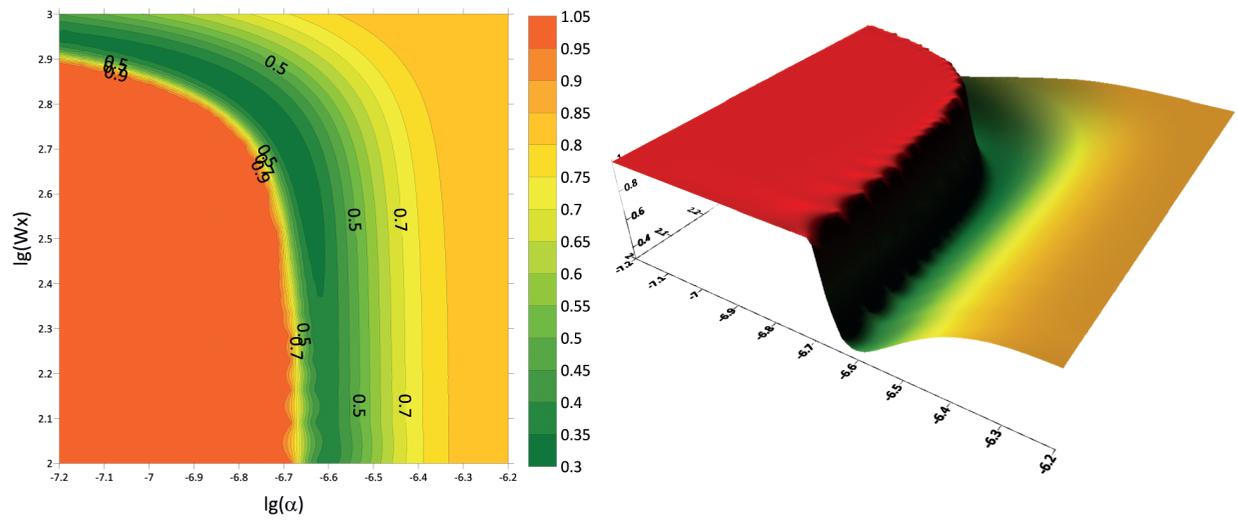


Рис. 6. Типовая зависимость целевой функции от параметров α и Wx

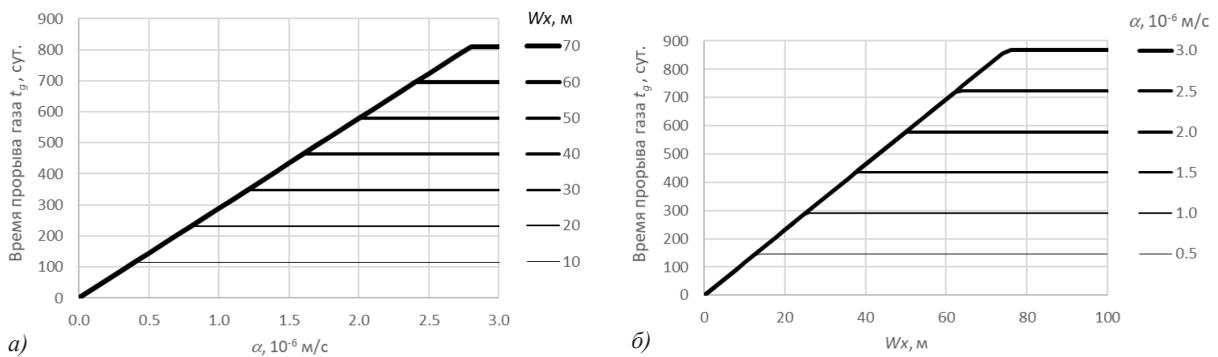


Рис. 7. Зависимость характерного времени прорыва газа: (а) от параметра α при фиксированных Wx ; (б) от параметра Wx при фиксированных α

Заметим, что безразмерный анализ позволяет сделать только приблизительную оценку. Итоговые значения параметров могут отличаться в несколько раз. Но это всё равно будет хорошим начальным приближением для последующей адаптации.

Для целей адаптации лучше использовать начальные значения параметров, при которых реальное время прорыва газа будет соответствовать обеим частям формулы (6).

Тогда

$$W_x = \frac{t_g \tilde{q}_{oc}}{2\varphi(h_0 - z_{wc})}, \quad \alpha = \frac{t_g \tilde{q}_{oc}^2}{4h_0\varphi^2(h_0 - z_{wc})^2},$$

откуда следует равенство $h_0 - z_{wc} = W_x \tilde{q}_{oc} / 2\alpha\varphi h_0$.

Алгоритм автоматической адаптации работает наилучшим образом, если в качестве начальных выбрать эти значения.

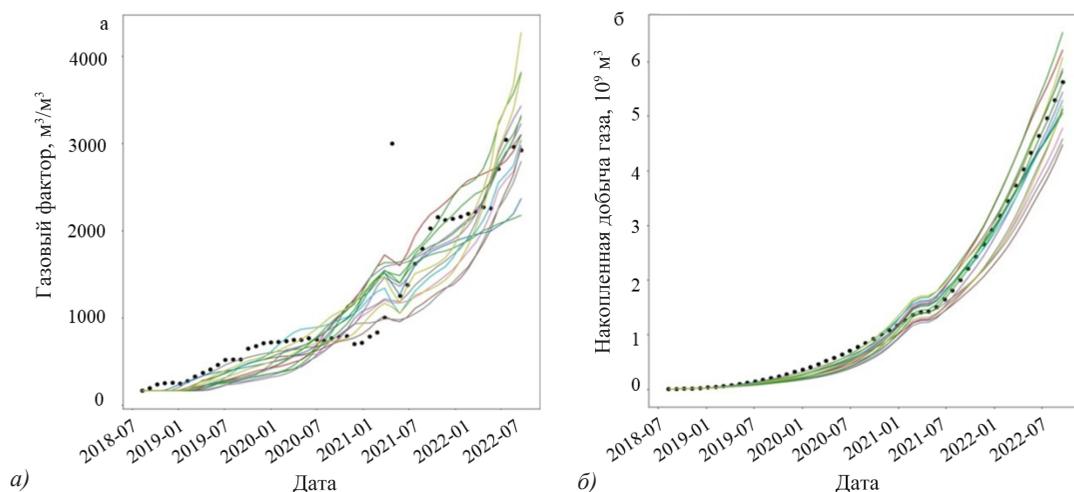


Рис. 8. Пример многовариантного расчета с контролем по нефти: (а) газонефтяной фактор, (б) накопленная добыча газа

Заметим, что предварительный расчет в режиме контроля газа не может решить проблемы оптимального набора определяющих параметров, так как смена режимов приводит к значительному «сдвигу» расчетного времени прорыва газа.

Результаты и выводы

В рамках данного алгоритма реализованы два вида контроля: расчет в режиме заданного дебита нефти и расчет в режиме заданного дебита газа. Рассмотрим полученные результаты на примере работы программного модуля с контролем по нефти. По полученным в результате многовариантной адаптации графикам видно хорошее соответствие рассчитанных и фактических характеристик (рис. 8).

Рис. 9 демонстрирует многовариантный расчет профилей газонефтяного контакта, а также профиль горизонтальной части ствола скважины. Интервалы перфораций на рисунке выделены красным цветом.

Среднее время расчета для одной итерации составляет около 10 с, при этом расчёт на отдельных итерациях

может занимать от 1 до 100 с. Время расчета зависит от положения газонефтяного контакта для конкретной итерации. В среднем это позволяет рассчитывать многовариантные сценарии (500–1000 итераций) в приемлемое время (1–3 ч).

Опыт расчетов показывает, что особенно критичными параметрами для качественной адаптации являются следующие.

- Параметр α . Он характеризует интенсивность движения нефтяной фазы в пласте и динамику ГНК. Увеличивая α , пользователь увеличивает динамику нефти в пласте, уменьшая – динамику газа в пласте. Например, чтобы получить более ранний прорыв газа в скважину, нужно уменьшать этот параметр.
- Параметр W_x , м. Он характеризует полуширину области дренирования в направлении, ортогональном скважине. При уменьшении значения этого параметра увеличивается динамика газа в пласте, при уменьшении – нефти.

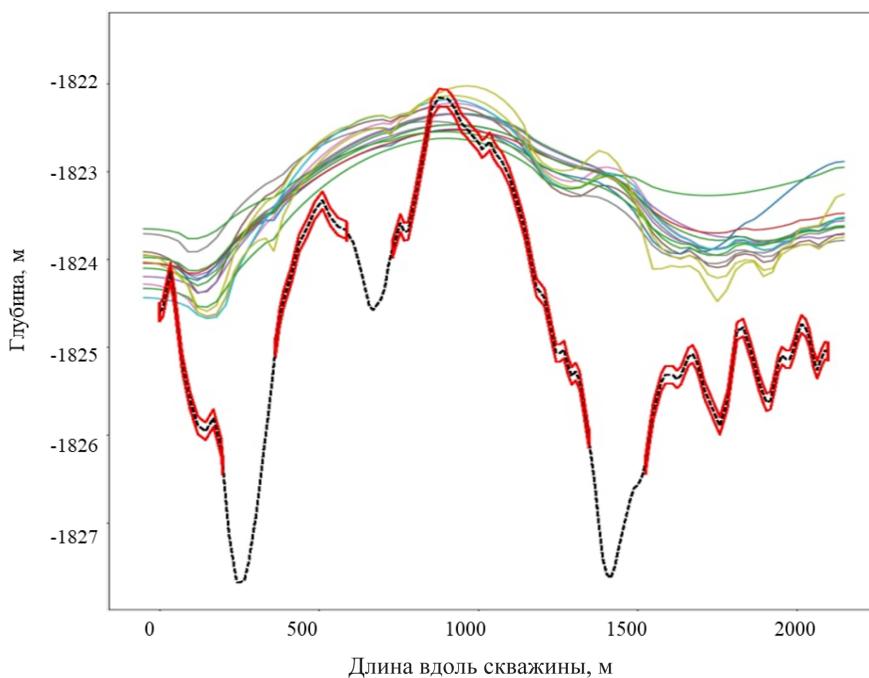


Рис. 9. Пример многовариантного расчета профилей газонефтяного контакта

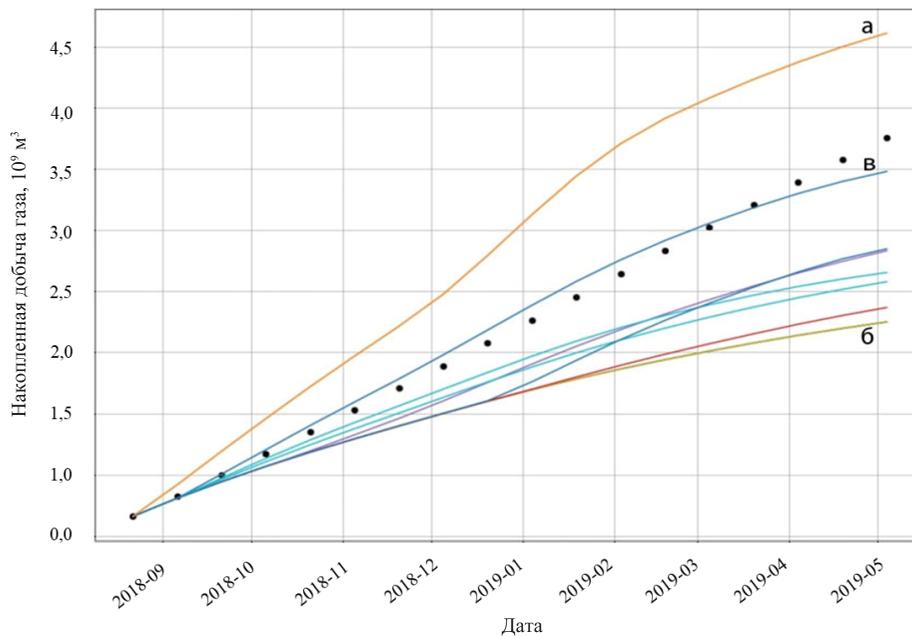


Рис. 10. Влияние параметра γ на результаты адаптации модели на примере графика накопленной добычи газа: а – слишком подвижный газ, б – недостаточно подвижный газ, в – оптимальное значение γ

- Безразмерный коэффициент γ . Он регулирует относительную подвижность фаз в скважине. Чем больше значение параметра, тем более подвижным становится газ и менее подвижной – нефть. Регулирует интенсивность нарастания дебита газа после прорыва газа в скважину.

При этом первые два параметра обеспечивают адаптацию для корректировки момента прорыва газовой шапки к скважине (рис. 9). Если неправильно задать эти параметры, пользователь получит низкий дебит газа (газ будет поступать только из нефти) либо слишком высокий стартовый дебит газа (слишком стремительный прорыв газовой шапки к скважине).

Параметр γ регулирует скорость нарастания соотношения газа к нефти уже после прорыва газовой шапки к скважине. Если темп нарастания добычи газа не соответствует историческим данным, необходимо регулировать данный параметр (рис. 10).

Заключение

Создана расчетная библиотека на языке Python, позволяющая прогнозировать объем добычи газа при образовании и развитии газового конуса при добыче нефти из нефтегазовых и газонефтяных залежей.

Рассмотренная полуаналитическая модель позволяет описать процесс развития газового конуса и воспроизводить параметры добычи нефти и газа по скважине с применением настройки на фактическую историю добычи при помощи нескольких коэффициентов.

По результатам тестирования разработанного алгоритма на залежах нефти с газовой шапкой Ямальской нефтегазоносной области среднее время расчета модели составило около 10 с, что позволяет проводить многовариантные запуски расчета модели с применением оптимизационных алгоритмов для автоматической настройки модели на фактические данные о добыче. Результаты проведенного тестирования показывают возможность

получения удовлетворительной сходимости с использованием автоматизированной настройки на историю работы. Стоит отметить, что эффективность автоматической настройки на историю (количество необходимых расчетов модели) значительно зависит от начального приближения (начальных параметров модели), и дальнейшее развитие предполагает автоматизацию подбора начального приближения.

Разработанный алгоритм позволяет снизить трудозатраты при прогнозировании добычи, что повышает эффективность принимаемых решений по оптимизации разработки.

Реализация алгоритмов на основе свободно распространяемых библиотек позволяет встраивать модули в автоматизированные системы контроля за разработкой нефтегазодобывающих компаний.

Финансирование

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-15-2022-299 в рамках программы развития НЦМУ «Рациональное освоение запасов жидких углеводородов планеты».

Литература

- Лисковец О.А. (1965). Метод прямых. *Дифференциальные уравнения*, 1(12), с. 1662–1678.
- Davarpanah A, Mirshekari B. (2018). A simulation study to control the oil production rate of oil-rim reservoir under different injectivity scenarios. *Energy Reports*, 2018(4), pp. 664–670. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2018.10.011>
- Dupuit J. (1863). *Études Théoriques et Pratiques sur le Mouvement des Eaux dans les Canaux Découverts et a Travers les Terrains Perméables (Theoretical and Practical Studies on Water Movement in Open Channels and across Permeable Terrains)*; Second edition; Dunod: Paris, France, pp. 229–293.
- Gao F., Han L. (2012). Implementing the Nelder-Mead simplex algorithm with adaptive parameters. *Computational Optimization and Applications*. 51(1), pp. 259–277. <https://doi.org/10.1007/s10589-010-9329-3>

Mjaavatten A., Aasheim R. (2006). A model for gas coning and rate-dependent gas/oil ration in an oil-rim reservoir. *SPE Russian Oil and Gas Technical Conference and Exhibition*, pp. 1–6. <https://doi.org/10.2118/102390-MS2006>

Nash S.G. (1984). Newton-Type Minimization Via the Lanczos Method. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 21, pp. 770–778. <https://doi.org/10.1137/0721052>

Storn R., Price K. (1997). Differential Evolution – a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, pp. 341–359. <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>

Сведения об авторах

Денис Вячеславович Шевченко – кандидат физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики, Казанский инновационный университет имени В.Г. Тимирязова; старший научный сотрудник, Казанский (Приволжский) федеральный университет
Россия, 420111, Казань, ул. Московская, д. 42

Артур Андреевич Саламатин – кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, Казанский (Приволжский) федеральный университет; старший научный сотрудник, ИММ – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН
Россия, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 35

Айрат Данирович Яруллин – инженер, ООО «Геопай»
Россия, 420111, Казань, ул. Карла Маркса, д. 5

Сергей Анатольевич Усманов – заместитель директора НОЦ «Моделирование ТРИЗ», Казанский (Приволжский) федеральный университет
Россия, 420111, Казань, ул. Большая Красная, д. 4
e-mail: sausmanov@gmail.com

Владислав Владимирович Савельев – инженер, Казанский (Приволжский) федеральный университет
Россия, 420111, Казань, ул. Большая Красная, д. 4

Владислав Анатольевич Судаков – директор НОЦ «Моделирование ТРИЗ», Казанский (Приволжский) федеральный университет
Россия, 420111, Казань, ул. Большая Красная, д. 4

Алексей Петрович Роцектаев – главный эксперт, ООО «Газпромнефть НТЦ»
Россия, 190000, Санкт-Петербург, наб. реки Мойки, д. 75-79, литер Д

Евгений Викторович Юдин – директор программ по разработке продуктов, ООО «Газпромнефть НТЦ»
Россия, 190000, Санкт-Петербург, наб. реки Мойки, д. 75-79, литер Д

Даниил Сергеевич Воробьев – руководитель сектора интегрированного моделирования Центра управления добычей ООО «Газпромнефть-Ямал»
Россия, 629002, Ямало-Ненецкий автономный округ, Салехард, ул. Мира, д. 43а

Валерия Владимировна Сорокина – специалист, ООО «Газпромнефть НТЦ»
Россия, 190000, Санкт-Петербург, наб. реки Мойки, д. 75-79, литер Д

Анастасия Андреевна Свешникова – специалист, ООО «Газпромнефть НТЦ»
Россия, 190000, Санкт-Петербург, наб. реки Мойки, д. 75-79, литер Д

Статья поступила в редакцию 18.08.2023;
Принята к публикации 07.11.2023; Опубликована 30.12.2023

IN ENGLISH

ORIGINAL ARTICLE

Numerical-analytical modeling of oil extraction from oil fields with a gas cap using horizontal wells with automatic history matching

D.V. Shevchenko^{1,2}, A.A. Salamatin^{1,3}, A.D. Yarullin⁴, S.A. Usmanov^{1}, V.V. Saveliev¹, V.A. Sudakov¹, A.P. Roschektaev⁵, E.V. Yudin⁵, D.S. Vorobyov⁶, V.V. Sorokina⁵, A.A. Sveshnikova⁵*

¹Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation

²Kazan Innovation University named after V.G. Timiryasov, Kazan, Russian Federation

³IME – Subdivision of FIC KazanSC of RAS, Kazan, Russian Federation

⁴Geopy LLC, Kazan, Russian Federation

⁵Gazprom Neft NTC LLC, Saint Petersburg, Russian Federation

⁶Gazprom Neft Yamal LLC, Salekhard, Russian Federation

*Corresponding author: Sergey A. Usmanov, e-mail: sausmanov@gmail.com

Abstract. The article describes a numerical-analytical model for gas breakthrough to a well during the development of oil fields with a gas cap using horizontal wells. The employed semi-analytical model allows describing the process of gas cone development and reproducing oil and gas production parameters from the well by matching to the actual production history using several coefficients. The numerical scheme of the model was implemented as a computational library in the Python 3.6 programming language.

The algorithm was tested on oil deposits with a gas cap in the South Yamal oil and gas region and showed good results in history matching and forecasting calculations. The average calculation time of one iteration being less than 10 seconds allows for multiple model run scenarios using optimization algorithms for automatic calibration to actual production data. The results of the testing show the possibility of achieving satisfactory convergence using automated calibration to the production history. The developed algorithm reduces

the workload of specialists in forecasting production, thereby enhancing the effectiveness of decisions made for development optimization.

Keywords: oil field, gas cap, horizontal well, gas-oil ratio

Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation under agreement No. 075-15-2022-299 within the framework of the development program for a world-class Research Center “Efficient development of the global liquid hydrocarbon reserves”.

Recommended citation: Shevchenko D.V., Salamatin A.A., Yarullin A.D., Usmanov S.A., Saveliev V.V., Sudakov V.A., Roschektaev A.P., Yudin E.V., Vorobyov D.S., Sorokina V.V., Sveshnikova A.A. (2023). Numerical-analytical modeling of oil extraction from oil fields with a gas cap using horizontal wells with automatic history matching. *Georesury = Georesources*, 25(4), pp. 58–68. <https://doi.org/10.18599/grs.2023.4.10>

References

- Davarpanah A, Mirshekari B. (2018). A simulation study to control the oil production rate of oil-rim reservoir under different injectivity scenarios. *Energy Reports*, 2018(4), pp. 664–670. <https://doi.org/10.1016/j.egyrs.2018.10.011>
- Dupuit J. (1863). Études Théoriques et Pratiques sur le Mouvement des Eaux dans les Canaux Découverts et à Travers les Terrains Perméables (Theoretical and Practical Studies on Water Movement in Open Channels and across Permeable Terrains); Second edition; Dunod: Paris, France, pp. 229–293.
- Gao F., Han L. (2012). Implementing the Nelder-Mead simplex algorithm with adaptive parameters. *Computational Optimization and Applications*. 51(1), pp. 259–277. <https://doi.org/10.1007/s10589-010-9329-3>
- Liskovets O.A. (1965). Method of lines. *Differential equations*, 1:12, pp. 1662–1678. (In Russ.)
- Mjaavatten A., Aasheim R. (2006). A model for gas coning and rate-dependent gas/oil ration in an oil-rim reservoir. *SPE Russian Oil and Gas Technical Conference and Exhibition*, pp. 1–6. <https://doi.org/10.2118/102390-MS2006>
- Nash S.G. (1984). Newton-Type Minimization Via the Lanczos Method. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 21, pp. 770–778. <https://doi.org/10.1137/0721052>
- Storn R., Price K. (1997). Differential Evolution – a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, pp. 341–359. <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>

About the Authors

Denis V. Shevchenko – Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Head of the Department of Higher Mathematics, Kazan Innovation University named after V.G. Timiryasov; Senior Researcher, Kazan Federal University
42, Moskovskaya st., Kazan, 420111, Russian Federation

Artur A. Salamatin – Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Senior Researcher, Kazan Federal University; Senior Researcher, IME – Subdivision of FIC KazanSC of RAS
35, Kremlevskaya st., Kazan, 420008, Russian Federation

Airat D. Yarullin – Engineer, Geopy LLC
5, Karl Marks st., Kazan, 420111, Russian Federation

Sergey A. Usmanov – Deputy Director, Hard-to-Recover Reserves Simulation Research and Educational Center, Institute of Geology and Petroleum Technology, Kazan Federal University
4, Bolshaya Krasnaya st., Kazan, 420111, Russian Federation. e-mail: sausmanov@gmail.com

Vladislav V. Savelev – Engineer, Kazan Federal University
4, Bolshaya Krasnaya str., Kazan, 420111, Russian Federation

Vladislav A. Sudakov – Deputy Director of the Institute for Innovations, Director of Hard-to-Recover Reserves Simulation Research and Educational Center, Institute of Geology and Petroleum Technology, Kazan Federal University
4, Bolshaya Krasnaya st., Kazan, 420111, Russian Federation

Alexey P. Roshchektaev – Chief Expert
Gazprom Neft NTC LLC
75-79, build. D, Moyka River emb., Saint Petersburg, 190000, Russian Federation

Evgeny V. Yudin – Product Development Program Director
Gazprom Neft NTC LLC
75-79, build. D, Moyka River emb., Saint Petersburg, 190000, Russian Federation

Daniil S. Vorobyev – Head of the Integrated Modeling Sector, Gazprom Neft Yamal LLC
43a, Mira st., Salekhard, 629002, Russian Federation

Valeriya V. Sorokina – Specialist
Gazprom Neft NTC LLC
75-79, build. D, Moyka River emb., Saint Petersburg, 190000, Russian Federation

Anastasia A. Sveshnikova – Specialist
Gazprom Neft NTC LLC
75-79, build. D, Moyka River emb., Saint Petersburg, 190000, Russian Federation

*Manuscript received 18 August 2023;
Accepted 7 November 2023;
Published 30 December 2023*