

Представление поля давления и потоков в окрестности горизонтальной скважины на основе мгновенных точечных источников

Р.И. Нафиков*, А.А. Саламатин
Казанский федеральный университет, Казань, Россия

Формулируется краевая задача о формировании нестационарного поля давления в окрестности горизонтальной скважины в бесконечном неоднородном анизотропном пласте в предположении о медленном пространственном изменении проницаемости пласта вдоль оси скважины. Скважина моделируется как линейный источник/сток жидкости. Распределение давления представлено в интегральной форме на основе функции влияния мгновенного точечного источника, которая найдена явно. Обратная задача моделирования плотности притока жидкости сводится к решению интегрального уравнения при заданном давлении в скважине. Разработана и реализована вычислительная процедура расчета распределения притоков вдоль скважины. Даны оценки влияния изменений проницаемости на процесс добычи. Анализируются и сопоставляются серии расчетов для случаев постоянной, линейной и переменной проницаемости. Продемонстрировано отличие полученного решения от так называемого приближения «локально постоянной» проницаемости, обсуждаются точность и область применимости последнего подхода.

Ключевые слова: горизонтальная скважина, переменная проницаемость пористой среды, нестационарное поле давления, приток жидкости, метод мгновенных точечных источников, обратная задача

Для цитирования: Нафиков Р.И., Саламатин А.А. (2023). Представление поля давления и потоков в окрестности горизонтальной скважины на основе мгновенных точечных источников. *Георесурсы*, 25(1), с. 140–144. <https://doi.org/10.18599/grs.2023.1.14>

Введение

При освоении нефтегазовых месторождений с трудно извлекаемыми запасами все большее распространение получают горизонтальные скважины. Теоретические подходы к описанию и исследованию возникающих при этом гидродинамических процессов давно являются предметом научных исследований (Чарный, 1963; Борисов и др., 1964). Оперативный прогноз и необходимость оценки эффективности использования горизонтальных скважин в значительной степени стимулируют развитие полуаналитических методов решения соответствующих задач подземной гидромеханики (Ozkan et al., 1991; Григулецкий, 1992). Проектирование скважин большой протяженности и контроль добычи нефти и газа предполагают дальнейшее усложнение и анализ гидродинамических моделей нестационарной фильтрации флюида в окрестности скважин с учетом анизотропии и неоднородности пористой среды (Spivey et al., 1999; Морозов, 2009, 2018).

Целью данной работы является исследование влияния неоднородности анизотропного пласта на характер добычи (закачки) жидкости при проницаемости, медленно изменяющейся вдоль оси горизонтальной скважины. Формулируется краевая задача, описывающая нестационарное поле давления в бесконечном пласте при заданном

притоке жидкости к скважине с заданной траекторией; ее приближенное решение получено в интегральной форме в рамках метода мгновенных точечных источников. Обсуждается возможный алгоритм численного решения обратной задачи расчета притоков при известной истории эксплуатации, анализируются результаты вычислительных экспериментов.

Общее интегральное представление возмущения поля пластового давления

Закон сохранения массы жидкости совместно с законом Дарси позволяют записать общее дифференциальное уравнение пьезопроводности (Чарный, 1963), определяющее перераспределение давления $p(x, y, z, t)$ в пористой среде с переменной проницаемостью $k(x)$ вдоль горизонтальной оси x декартовой системы координат и коэффициентом анизотропии ε_z^2 в направлении вертикальной оси z :

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{k'}{\phi_0 \beta_t \mu_f} \frac{\partial p}{\partial x} = \chi \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \varepsilon_z^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + \frac{\sigma_f}{\phi_0 \beta_t}, \quad (1)$$

$$-\infty < x, y, z < +\infty, t > 0.$$

где $\chi = k/(\phi_0 \beta_t \mu_f)$ – коэффициент пьезопроводности, ϕ_0 – пористость, β_t – коэффициент сжимаемости пласта, σ_f – распределенная объемная плотность источника (стока) жидкости, которая в рассматриваемом случае горизонтальной скважины представлена линейным источником вида:

$$\sigma_f(x, y, z, t) = -q_w(x, t) \delta(y) \delta(z - z_w(x)), \quad (2)$$

$$0 < x < x_w.$$

* Ответственный автор: Радмир Ильвирович Нафиков
e-mail: radmirnafikov1998@mail.ru

© 2023 Коллектив авторов

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Здесь $q_w(x, t)$ – плотность отбора жидкости, рассчитываемая на единицу длины скважины за единицу времени, положительная в случае притока к скважине и отрицательная при оттоке, $z_w(x)$ – траектория ствола скважины, $\delta(\alpha)$ – дельта функция.

В неограниченном пласте бесконечной мощности при постоянном гидростатическом начальном пластовом давлении p^{ex} будем иметь:

$$p(x, y, z, t) \rightarrow p^{ex}(z); |x|, |y|, |z| \rightarrow \infty, \quad (3)$$

$$p(x, y, z, t) = p^{ex}(z); t = 0. \quad (4)$$

Для решения дифференциального уравнения (1), (2) при заданных граничных и начальных условиях (3), (4) воспользуемся теорией функции мгновенного точечного источника (Карслоу и др., 1964; Тихонов и др., 1999). В общем случае для любого распределенного источника давления в произвольной точке $M(x, y, z)$ в любой момент времени t может быть представлено в интегральной форме:

$$p(x, y, z, t) = p^{ex}(z) + \frac{1}{\phi_0 \beta_t} \int_0^t \iiint_{-\infty}^{+\infty} G^*(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t, \tau) \sigma_f(\xi, \eta, \zeta, \tau) d\xi d\eta d\zeta d\tau, \quad (5)$$

где $G^*(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t, \tau)$ – есть функция влияния мгновенного точечного источника, которая представляет собой возмущение давления в точке (x, y, z) в момент времени t , вызванное мгновенным точечным источником, расположенным в точке (ξ, η, ζ) в момент времени τ . При малых градиентах изменения горизонтальной проницаемости в приближении локальной однородности пласта будем иметь:

$$G^*(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t, \tau) = \frac{1}{\varepsilon_z} \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi\chi(\xi)(t-\tau)}} \right)^3 \times \exp\left(-\frac{(x-\xi-\vartheta(\xi)(t-\tau))^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2/\varepsilon_z^2}{4\chi(\xi)(t-\tau)}\right) \times \vartheta(\xi) = -\frac{k'(\xi)}{\phi_0 \beta_t \mu_f}. \quad (6)$$

Далее, с учетом (2), вычисляя интегралы в (5) по переменным ξ и ζ с учетом (6), получим соотношение, которое фактически является упрощенным, асимптотическим решением задачи (1)–(4) при малых ϑ в случае пласта бесконечной толщины:

$$p(x, y, z, t) = p^{ex}(z) - \frac{1}{8\phi_0 \beta_t \varepsilon_z} \int_0^t \int_0^{x_w} \frac{q_w(\xi, \tau)}{[\pi\chi(\xi)(t-\tau)]^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{(x-\xi-\vartheta(\xi)(t-\tau))^2 + y^2 + (z-z_w(\xi))^2/\varepsilon_z^2}{4\chi(\xi)(t-\tau)}\right] d\xi d\tau \quad (7)$$

Метод отражений (Карслоу и др., 1964) позволяет распространить интегральное представление (7) поля давления на случай пласта конечной постоянной мощности z_i с непроницаемой подошвой ($z=0$) и кровлей ($z=z_i$). Сущность метода заключается в том, чтобы в бесконечной пористой среде распределить дополнительные источники (скважины) и таким образом удовлетворить условиям непроницаемости на границах пласта. В результате будем иметь:

$$p(x, y, z, t) = p^{ex}(z) - \frac{1}{8\phi_0 \beta_t \varepsilon_z} \int_0^t \int_0^{x_w} \frac{q_w(\xi, \tau)}{[\pi\chi(\xi)(t-\tau)]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{(x-\xi-\vartheta(\xi)(t-\tau))^2 + y^2}{4\chi(\xi)(t-\tau)}\right) \times \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \sum_{j=-1,1} \exp\left[-\frac{(z-jz_w(\xi)-2mz_t)^2}{4\varepsilon_z^2 \chi(\xi)(t-\tau)}\right] d\xi d\tau. \quad (8)$$

Анализ полученного решения

С целью дальнейшего анализа полученного решения (8) рассмотрим вспомогательный интеграл:

$$\Phi(\xi, x, R, t) = \int_0^t \frac{1}{8\phi_0 \beta_t \varepsilon_z [\pi\chi(\xi)\tau]^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{\vartheta^2(\xi)\tau^2 - 2(x-\xi)\vartheta(\xi)\tau + R^2}{4\chi(\xi)\tau}\right] d\tau. \quad (9)$$

Воспользуемся известным соотношением (Прудников и др., 1981):

$$\int_0^x e^{-a^2\xi^2 - \frac{b^2}{\xi^2}} d\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{4a} \left[e^{2ab} \operatorname{erf}\left(ax + \frac{b}{x}\right) + e^{-2ab} \operatorname{erf}\left(ax - \frac{b}{x}\right) - e^{2ab} + e^{-2ab} \right],$$

где $\operatorname{erf}(x)$ – функция ошибок, нечетная функция аргумента x , и с учетом определения:

$$\operatorname{erf}(x) = 1 - \operatorname{erfc}(x)$$

запишем приближенно (Градштейн и др., 1971):

$$\operatorname{erfc}(x) \approx F(x) \exp(-x^2), \quad x > 0, \quad (10)$$

$$F(x) = a_1 \omega + a_2 \omega^2 + a_3 \omega^3 + a_4 \omega^4 + a_5 \omega^5, \quad \omega = 1/(1+px),$$

$$a_1 = 0.254829592, \quad a_2 = -0.284496736, \quad a_3 = 1.421413741,$$

$$a_4 = -1.453152027, \quad a_5 = 1.061405429, \quad p = 0.3275911.$$

В результате с помощью (10) интеграл (9) преобразуется к виду:

$$\Phi(\xi, x, R, t) = \frac{1}{8R\phi_0 \beta_t \varepsilon_z \pi\chi} \left\{ \exp\left(-\frac{R^2 + \vartheta^2 t^2 - 2\vartheta t(x-\xi)}{4\chi t}\right) \times \left[F\left(\frac{R + |\vartheta|t}{2\sqrt{\chi t}}\right) + \operatorname{sign}(R - |\vartheta|t) F\left(\frac{|R - |\vartheta|t|}{2\sqrt{\chi t}}\right) \right] + \exp\left(-\frac{|\vartheta|R - \vartheta(x-\xi)}{2\chi}\right) [1 - \operatorname{sign}(R - |\vartheta|t)] \right\}. \quad (11)$$

Возвращаясь к анализу решения (8), введем функцию влияния постоянного точечного источника:

$$P_0(\xi, x, y, z, t) = \int_0^t \frac{1}{8\phi_0 \beta_t \varepsilon_z [\pi\chi(\xi)\tau]^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-\xi-\vartheta(\xi)\tau)^2 + y^2}{4\chi(\xi)\tau}\right) \times \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \sum_{j=-1,1} \exp\left[-\frac{(z-jz_w(\xi)-2mz_t)^2}{4\varepsilon_z^2 \chi(\xi)(t-\tau)}\right] d\tau = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} [\Phi(\xi, x, R_m^+, t) + \Phi(\xi, x, R_m^-, t)], \quad (12)$$

где

$$R_m^\pm(\xi, x, y, z) = [(x-\xi)^2 + y^2 + (z \pm z_w(\xi) - 2mz_t)^2/\varepsilon_z^2]^{1/2}$$

Тогда распределение давления в каждой точке пласта конечной мощности в любой момент времени можно представить следующим образом:

$$p(x, y, z, t) = p^{ex}(x, z) - \int_0^t \int_0^{x_w} q_w(\xi, t - \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} P_0(\xi, x, y, z, \tau) d\xi d\tau. \quad (13)$$

Описание вычислительного алгоритма

Введем равномерную временную сетку при заданной истории эксплуатации скважины с узлами

$$t_n = nh_t, n = 1, \dots, N_t, h_t = t/N_t.$$

Интервал $0 < x < x_w$, определяющий зону притока к скважине, разделим на N_x отрезков с длиной h_x со средним значением отбора жидкости q_{wi}^n на временном шаге (t_{n-1}, t_n) для каждого интервала $(x_{i-1/2}, x_{i+1/2})$ с центром в точке x_i , где

$$x_{i-1/2} = x_i - 0.5h_x, x_{i+1/2} = x_i + 0.5h_x, i = 1, \dots, N_x.$$

В результате конечно-разностная аппроксимация соотношения (13) для поля давление в любой точке пласта (x, y, z) на момент времени $t = t_{N_t}$ принимает вид

$$p(x, y, z, t) = p^{ex}(z) - \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_t} q_{wi}^n [\bar{P}_{0i}(x, y, z, t - t_{n-1}) - \bar{P}_{0i}(x, y, z, t - t_n)], \quad (14)$$

где $\bar{P}_{0i}(x, y, z, t)$ есть интеграл по элементарному отрезку $(x_{i-1/2}, x_{i+1/2})$:

$$\bar{P}_{0i}(x, y, z, t) = \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} P_0(\xi, x, y, z, t) d\xi.$$

Далее, с учетом анизотропии пористой среды приближенно среднее по периметру давление на стенке скважины:

$$p_w(x, t) \approx p(x, y_{wa}, z_w(x), t), y_{wa} = r_w \sqrt{(1 + 1/\varepsilon_z^2)/2},$$

где r_w – радиус скважины.

Соответственно из (14) следует:

$$p_w(x_j, t) \approx p_{wj}^{ex} - \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_t} q_{wi}^n \Delta_{0i}(x_j, t - t_n), j = 1 \dots N_x. \quad (15)$$

Здесь

$$p_{wj}^{ex} = p_w^{ex}(x_j, z_w(x_j)),$$

$$\Delta_{0i}(x_j, t - t_n) = \bar{P}_{0i}(x_j, y_{wa}, z_w(x_j), t - t_{n-1}) - \bar{P}_{0i}(x_j, y_{wa}, z_w(x_j), t - t_n).$$

Полученное соотношение (15) в каждый момент времени $t = t_{N_t}$ можно также рассматривать как систему линейных алгебраических уравнений относительно притоков к скважине $q_{wi}^{N_t}$ при заданной истории давления в стволе скважины $p_{wj}^{N_t}$, то есть:

$$\sum_{i=1}^{N_x} q_{wi}^{N_t} \bar{P}_{0i}(x_j, h_t) = -(p_{wj}^{N_t} - p_{wj}^{ex}) - \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_t-1} q_{wi}^n \Delta_{0i}(x_j, t - t_n), \quad (16)$$

$$j = 1 \dots N_x.$$

Приближенные интегральные представления (14), (15) и уравнения (16) представляют собой теоретическую основу для численного моделирования нестационарного поля давления в неоднородном анизотропном пласте при заданной истории притоков или давлений в скважине.

Результаты и обсуждение

вычислительных экспериментов

Анализ полученного приближенного решения и численная апробация алгоритма расчета притоков к горизонтальной скважине проводились на модельном примере (рис. 1а) скважины с зоной притока 1000 м, расположенной в середине пласта постоянной мощности 20 м с начальным пластовым давлением 15 МПа. Было проведено три серии вычислительных экспериментов при постоянных значениях проницаемости, а также при линейно и произвольно изменяющейся вдоль скважины проницаемости $k(x)$, как показано на рис. 1б. Коэффициент анизотропии принимался равным $\varepsilon_z^2 = 0.1$, пористость $\phi_0 = 0.1$, сжимаемость пласта $\beta_f = 10^{-3}$ МПа⁻¹, а вязкость жидкости $\mu_f = 1.65 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Результаты расчетов приведены на рис. 2 и 3.

Интегральное представление давления (12), (13) и его разностные аналоги (15) и (16) соответствуют асимптотическому решению задачи (1)–(4) при линейном распределении $(\vartheta = const)$ и малом относительном градиенте проницаемости k'/k . Красной кривой на рис. 2 показано распределение притоков по длине скважины через 30 дней после ее пуска с забойным давлением 10 МПа при постоянном относительном градиенте проницаемости $k'/k \sim 10^{-3} \text{ м}^{-1}$, типичном для промысловых условий (Soleimani et al., 2018). В рассматриваемом случае в приближении «локально постоянной» проницаемости без учета градиента проницаемости, при $\vartheta = 0$, погрешность решения (черная кривая на рис. 2) не превышает $\sim 10\%$ и совпадает по порядку с относительным изменением проницаемости на 100 м длины зоны притока. На рис. 2 приведены также распределения притоков (синие кривые), полученные при различных постоянных значениях проницаемости пласта. Сравнение кривых иллюстрирует хорошее локальное согласование рассчитанных притоков и, таким образом, подтверждает достоверность и возможность использования приближения «локально постоянной» проницаемости при моделировании процессов добычи (закачки) в геологических масштабах, когда $\vartheta \rightarrow 0$. В общем случае, при произвольном распределении проницаемости с большей

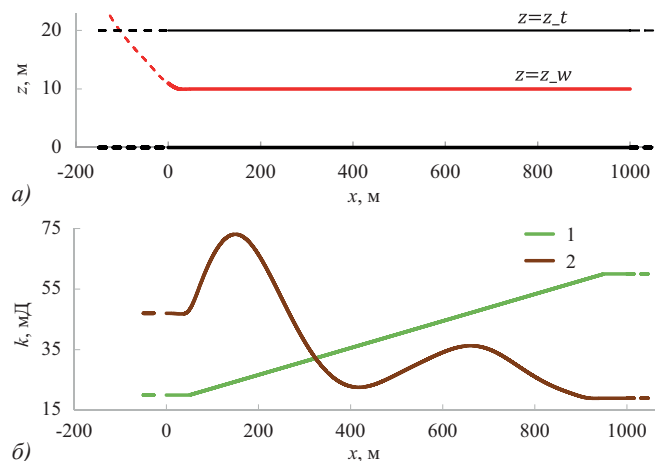


Рис. 1. Схема пласта (а) с горизонтальной скважиной (красная линия: зона притока $z = z_w$; черные линии: подошва $z = 0$ и кровля $z = z_t$) с линейным (кривая 1) и произвольным (кривая 2) распределением проницаемости (б)

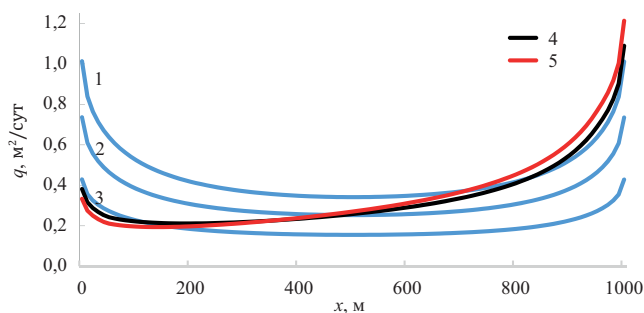


Рис. 2. Профили притоков к скважине при постоянной проницаемости пласта 60, 40, 20 мД (кривые 1–3), а также при линейном распределении проницаемости (рис. 1б) в приближении $\vartheta = 0$ (кривая 4) и в общем случае (кривая 5)

интенсивностью колебаний $k'/k \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$, как иллюстрируют расчеты, выполненные по модели (12), (13) при дебите скважины $500 \text{ м}^3/\text{сут}$ и представленные на рис. 3, влияние неоднородности пласта с течением времени становится более заметным (ср. кривые 1 и 2). Учет влияния изменяющегося градиента проницаемости в асимптотическом представлении (12), (13) позволяет существенно уточнить теоретические прогнозы. Однако, даже в этих условиях принципиального изменения профиля притока по сравнению с приближением «локально постоянной» проницаемости не наблюдается.

Заключение

Сформулирована и на основе метода мгновенных точечных источников решена задача о нестационарном распределении давления вокруг горизонтальной скважины с заданной траекторией в бесконечном анизотропном пласте с учетом пространственного изменения проницаемости пласта вдоль оси скважины. Решение получено в явной интегрально-аналитической форме в асимптотическом приближении локального постоянства и малости относительного градиента проницаемости k'/k , наблюдаемых в типичных условиях геологических масштабов. Обратная задача моделирования плотности притока жидкости сводится, таким образом, к решению интегрального уравнения при заданной истории изменения давления в скважине. Разработана вычислительная процедура расчета распределения притоков вдоль скважины. Даны оценки влияния пространственных изменений проницаемости на процесс добычи. Показано, что при малых относительных градиентах проницаемости порядка $k'/k \sim 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ местные притоки в основном определяются локальными характеристиками пласта. Это, в свою очередь, подтверждает достоверность и возможность практического использования, так называемого предельного приближения «локально постоянной» проницаемости при $\vartheta = 0$ в определении функции влияния (12). Одновременно, в случае $k'/k > 10^{-3} \div 10^{-2} \text{ м}^{-1}$ при произвольном распределении проницаемости учет влияния изменяющегося градиента ϑ в асимптотическом представлении (12), (13) позволяет существенно уточнить теоретические прогнозы.

Благодарности/Финансирование

Авторы выражают искреннюю благодарность профессору А.Н. Саламатину за выбор тематики исследований, полезные обсуждения и постоянное внимание к работе.

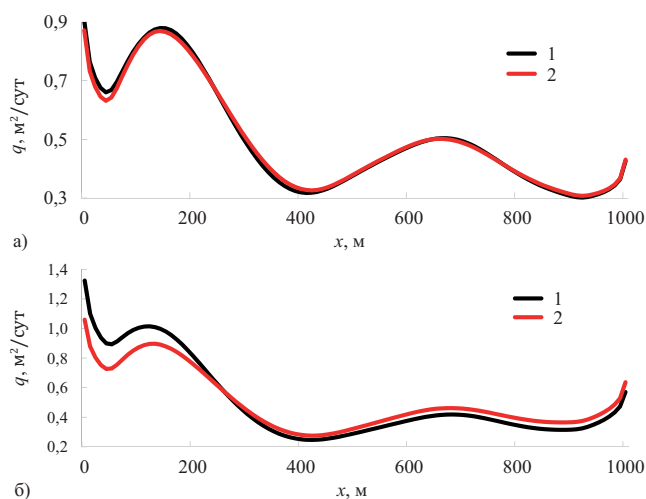


Рис. 3. Профили притоков при произвольном распределении проницаемости (рис. 1б) в приближении $\vartheta = 0$ (кривая 1) и в общем случае (кривая 2) через 1 сут (а) и 30 сут (б) работы скважины

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-15-2020-931 в рамках программы развития НЦМУ «Рациональное освоение запасов жидких углеводородов планеты».

Литература

- Борисов Ю.П., Пилатовский В.П., Табаков В.П. (1964). Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами. М: Недра, 154 с.
- Градштейн И.С., Рыжик И.М. (1971). Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М: Наука, 1108 с.
- Григулецкий В.Г. (1992). Стационарный приток нефти к одиночной горизонтальной скважине в анизотропном пласте. *Нефтяное хозяйство*, 10, с. 10–12.
- Карслоу Г., Егер Д. (1964). Теплопроводность твердых тел. М: Наука, 488 с.
- Морозов П.Е. (2009). Математическое моделирование притока жидкости к горизонтальной скважине в анизотропном трещиноватопористом пласте. *Мат. докладов XIII Всерос. конф.: Современные проблемы математического моделирования*. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, с. 368–376.
- Морозов П.Е. (2018). Моделирование нестационарного притока жидкости к многосекционной горизонтальной скважине. *Георесурсы*, 20(1), с. 44–50. <https://doi.org/10.18599/grs.2018.1.44-50>
- Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. (1981). Интегралы и ряды. Элементарные функции. Москва: Наука, 800 с.
- Тихонов А.Н., Самарский А.А. (1999). Уравнения математической физики. Москва: Изд-во МГУ, 740 с.
- Чарный И.А. (1963). Подземная гидрогазодинамика. М: Гостоптехиздат, 396 с.
- Ozkan E., Raghavan R. (1991). New Solution for Well-Test-Analysis Problems: Part 1 – Analytical Considerations. *SPE Form. Eval.*, 6(3), pp. 359–368. <https://doi.org/10.2118/18615-PA>
- Soleimani B., Moradi M., Ghabeishavi A., Mousavi A. (2018). Permeability Variation Modeling and Reservoir Heterogeneity of Bangestan Carbonate Sequence, Mansouri Oilfield, SW Iran. *Carbonates Evaporites*, 34, pp. 143–157. <https://doi.org/10.1007/s13146-018-0461-y>
- Spivey J.P., Lee W.J. (1999). Estimating the Pressure-Transient Response for a Horizontal or a Hydraulically Fractured Well at an Arbitrary Orientation in an Anisotropic Reservoir. *SPE Res. Eval. Eng.*, 2(5), pp. 462–469.

Сведения об авторах

Радмир Ильвирович Нафиков – магистрант 2-го курса Института вычислительной математики и информационных технологий

Казанский федеральный университет
Россия, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 35

Артур Андреевич Саламатин – канд. физ.-мат. наук,
доцент Института вычислительной математики и информаци-
онных технологий

Казанский федеральный университет
Россия, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 35

Статья поступила в редакцию 21.04.2022;
Принята к публикации 08.11.2022; Опубликовано 30.03.2023

IN ENGLISH

ORIGINAL ARTICLE

Representation of pressure field and fluid flows in the proximity of a horizontal well based on the instant point sources

R.I. Nafikov*, A.A. Salamatin

Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation

*Corresponding author: Radmir I. Nafikov, e-mail: radmirnafikov1998@mail.ru

Abstract. The boundary value problem of transient pressure field development around a horizontal well in a laterally infinite, inhomogeneous, anisotropic reservoir is formulated under assumption of slow spatial variation of the matrix permeability along the well axis. The well is represented as a linear fluid source/sink. The pressure distribution is expressed in the integral form on the basis of the instant point source perturbation function found explicitly. The inverse problem for fluid in/outflow density rates simulation is reduced to solution of the integral equation at a given pressure inside the well. A computational procedure is developed and implemented to predict the in/outflow rates along the well and estimate the impact of the permeability variations on the well performance. Series of calculations for constant, linear, and variable permeability cases are analyzed and compared. The difference of the obtained solution from the so-called “locally-constant” permeability approximation is demonstrated, accuracy and applicability of the latter approach are discussed.

Key words: horizontal well, variable matrix permeability, transient pressure field, in/outflow rates, method of instant point sources, inverse problem

Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation under agreement No. 075-15-2020-931 within the framework of the development program for a world-class Research Center “Efficient development of the global liquid hydrocarbon reserves”.

Recommended citation: Nafikov R.I., Salamatin A.A. (2023). Representation of pressure field and fluid flows in the proximity of a horizontal well based on the instant point sources. *Georesursy = Georesources*, 25(1), pp. 140–144. <https://doi.org/10.18599/grs.2023.1.14>

References

Borisov Yu.P., Pilatovskiy V.P., Tabakov V.P. (1964). Development of oil fields by horizontal and multilateral wells. Moscow: Nedra, 154 p. (In Russ.)

Charnyy I.A. (1963). Underground hydrodynamics. Moscow: Gostoptekhizdat, 396 p. (In Russ.)

Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. (1971). Tables of integrals, sums, series and products. Moscow: Nauka, 1108 p. (In Russ.)

Griguletskiy V.G. (1992). Stationary oil inflow to a single horizontal well in an anisotropic reservoir. *Neftyanoe khozyaystvo = Oil Industry*, 10, pp. 10–12. (In Russ.)

Karslou G., Eger D. (1964). Thermal conductivity of solids. Moscow: Nauka, 488 p. (In Russ.)

Morozov P.E. (2009). Mathematical modeling of fluid inflow to a horizontal well in an anisotropic fractured porous reservoir. *Proc. XIII AllRuss. Conf.: Modern problems of mathematical modeling*. Rostov-na-Donu: YuFU Publ., pp. 368–376. (In Russ.)

Morozov P.E. (2018). Modeling of non-stationary fluid inflow to a multisectional horizontal well. *Georesursy = Georesources*, 20(1), pp. 44–50. <https://doi.org/10.18599/grs.2018.1.44-50>

Ozkan E., Raghavan R. (1991). New Solution for Well-Test-Analysis Problems: Part 1 – Analytical Considerations. *SPE Form. Eval.*, 6(3), pp. 359–368. <https://doi.org/10.2118/18615-PA>

Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. (1981). Integrals and series. Elementary functions. Moscow: Nauka, 800 p. (In Russ.)

Soleimani B., Moradi M., Ghabeishavi A., Mousavi A. (2018). Permeability Variation Modeling and Reservoir Heterogeneity of Bangestan Carbonate Sequence, Mansouri Oilfield, SW Iran. *Carbonates Evaporites*, 34, pp. 143–157. <https://doi.org/10.1007/s13146-018-0461-y>

Spivey J.P., Lee W.J. (1999). Estimating the Pressure-Transient Response for a Horizontal or a Hydraulically Fractured Well at an Arbitrary Orientation in an Anisotropic Reservoir. *SPE Res. Eval. Eng.*, 2(5), pp. 462–469.

Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. (1999). Equations of mathematical physics. Moscow: MSU Publ., 740 p. (In Russ.)

About the Authors

Radmir I. Nafikov – Master Student, Institute of Computational Mathematics and Information Technologies
Kazan Federal University
35, Kremlevskaya str., Kazan, 420008, Russian Federation

Artur A. Salamatin – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Institute of Computational Mathematics and Information Technologies
Kazan Federal University
35, Kremlevskaya str., Kazan, 420008, Russian Federation

Manuscript received 21 April 2022;
Accepted 8 November 2022; Published 30 March 2023