

## К определению дебита горизонтальной скважины на установившемся режиме в элементе заводнения

В данной статье приведено аналитическое решение задачи расчета дебитов многозабойных горизонтальных скважин при площадной и рядной системах заводнения. Формулы, полученные авторами статьи, могут быть использованы для выбора оптимальной системы расположения скважин как при модернизации схемы площадного заводнения на поздних стадиях разработки, так и при планировании системы разработки на новых месторождениях. Формулы предназначены для определения дебитов и оптимального размещения горизонтальных скважин при площадной закачке вытесняющего агента вертикальными скважинами для линейной и пятиточечной систем разработки. В частности, формулы можно использовать для выбора оптимальной длины дренирующей части горизонтальной скважины в продуктивной части пласта и количества стволов для многозабойной горизонтальной скважины при замене добывающей вертикальной скважины на горизонтальную в пятиточечной системе площадной закачки.

**Ключевые слова:** установившийся приток жидкости, горизонтальная скважина, длина горизонтального ствола, контур питания, неоднородность, площадное заводнение, выбор систем разработки.

Бурное развитие технологий добычи нефти, в частности путем горизонтального бурения, обусловило необходимость их учета при проектировании разработки. Появилась необходимость создания систем разработки, включающих вертикальные и горизонтальные скважины, а следовательно, методик расчета производительности этих систем аналитически или численно. Ввиду широкого распространения гидродинамических моделей численный расчет не представляет трудностей. Вместе с тем сохраняется необходимость в аналитической оценке дебита горизонтальных скважин для оперативности принятия решений, сужения количества вариантов для гидродинамического моделирования. При этом необходимо оценивать не только дебит единичной скважины, а рассматривать элемент заводнения, вписанный в определенную систему.

Расчет дебита горизонтальной скважины на установившемся режиме освещен в трудах таких ученых, как Ю.П. Борисов, S. Joshi (1989), F. Giger, G. Renard and J. Dupuy, M. Economides, П.Я. Полубаринова-Кочина, В.П. Меркулов и др. В институте «ТатНИПИнефть» данным вопросом занимались В.А. Иктисанов, А.В. Насыбуллин, А.В. Лифантьев.

Точные аналитические решения задач о притоке жидкости к горизонтальным и многозабойным скважинам в той или иной постановке приводят к довольно сложным, громоздким и иногда не удобным расчетам. Задача еще более усложняется при различных системах заводнения.

Уравнение притока к горизонтальной скважине, расположенной в центре однородного изотропного пласта с круговым контуром питания, приведено в работе (Борисов и др., 1964):

$$Q = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln \frac{4R_k}{L} + \frac{h}{L} \ln \frac{h}{2\pi r_c}} \quad (1)$$

Здесь и в следующих формулах  $k$  – проницаемость;  $h$  – эффективная толщина пласта;  $\mu$  – вязкость флюида;  $\Delta P$  – перепад между давлением на контуре и забойным;  $L$  – длина горизонтального ствола скважины;  $R_k$  – радиус круга питания;  $r_c$  – радиус скважины.

Также в работе (Борисов и др., 1964) при таких же условиях, что и в предыдущей формуле на случай  $n$  горизонтальных стволов, выходящих из одной точки в центре пласта при равенстве углов между ними, получена формула:

$$Q = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln \frac{\chi R_k}{L} + \frac{h}{NL} \ln \frac{h}{2\pi r_c}} \quad (2)$$

$\chi$  – константа, которая принимает различные значения для различного количества стволов скважин.

В работе (Joshi, 1988) рассматривается стационарный приток к ГС с эллиптического контура с большой полуосью  $a$ :

$$Q = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{P}{\ln \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - (L/a)^2}}{(L/a)} \right) + \frac{\beta h}{L} \ln \left( \frac{\beta h}{2r} \right)} \quad (3)$$

где  $\beta = \sqrt{k_h / k_v}$  – коэффициент анизотропии проницаемости;  $k_v$  – вертикальная проницаемость.

В работе (Renard & Dupuy, 1991) показана формула для дебита горизонтальной скважины в эллиптическом и прямоугольном контурах питания:

$$Q = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{\Delta P}{\cos^{-1}(X) + \frac{\beta h}{L} \ln \left( \frac{h}{2r'} \right)}$$

$$r' = \frac{r(1 + \beta)}{2\beta} \quad (4)$$

где  $X = 2a/L$  для эллиптического контура питания и  $X = ch(\pi a / 2b) / \sin(\pi L / 2b)$  для прямоугольного контура питания с большой  $a$  и малой  $b$  сторонами.

В ТатНИПИнефти получена формула в виде композиции линейного и радиального притоков к горизонтальной скважине (Насыбуллин и др., 2014):

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \Delta P * \tag{5}$$

$$\left\{ \frac{1}{\ln \left( \frac{2\sqrt{2}R_k^2}{r_c \sqrt{\sqrt{L^4 + 64R^4} - L^2}} - \frac{L}{2r_c} \right)} + \frac{LR_k^2}{\pi \left( \frac{\sqrt{\sqrt{L^4 + 64R^4} - L^2}}{2\sqrt{2}} \right)^3} \right\}$$

Известная формула М. Маскета (Muskat, 1946) для дебита пятиточечной системы площадного заводнения при квадратной сетке скважин имеет вид:

$$Q = \frac{\pi k h}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln \frac{c}{r} - 0,6188} \tag{6}$$

Здесь  $c = \sqrt{2}a$  – расстояние между эксплуатационной и нагнетательной скважинами.

М. Маскетом также выведена формула дебита при прямолинейном заводнении, которая сводится к следующему виду при квадратном размещении скважин:

$$Q = \frac{\pi k h}{\mu} \frac{\Delta P}{\pi - 2 \ln 2 \sinh \frac{\pi r_c}{a}} \tag{7}$$

В работе (Фазлыев, 1979) Р.Т. Фазлыев исследовал фильтрацию однородной несжимаемой жидкости в изотропном пласте, вскрытом системой скважин площадного заводнения. На основе методов теории функции комплексного переменного, в частности, свойств эллиптических функций Якоби и Вейерштрасса, получено решение гидродинамической задачи по определению характеристик фильтрационного потока в прямоугольном элементе площадного заводнения, вскрытом произвольным конечным числом эксплуатационных и нагнетательных скважин. Р.Т. Фазлыев получил точно такие же формулы, как у М. Маскета для пятиточечной, линейной, девятиточечной и т. д., доказав тем самым целесообразность данного метода для исследования бесконечного пласта при площадном заводнении.

В статье (Хасанов и др., 2015) представлена формула для расчета дебита горизонтальной скважины в рядной системе площадного заводнения:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{B \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{\gamma_1 C_A L^2 / 16} \right) + \frac{h}{L} \ln \frac{h}{2\pi r'_w \sin \frac{\pi h_p}{h}} \right)} \tag{8}$$

где  $h = h\sqrt{k_h/k_v}$ ,  $r'_w = 0,5(1 + \sqrt{k_h/k_v})$ ,  $h_p$  – расстояние от скважины до кровли пласта. Для вывода данной формулы авторы воспользовались свойством линейности уравнения пьезопроводности (для системы скважин суммарное возмущение давления определяется как сумма возмущений давлений, создаваемых отдельными скважинами), а также работой (Кристеа, 1962), где было показано, что для расчета дебита бесконечной

галереи скважин одного типа, расположенных на расстоянии  $a$  друг от друга, может быть использовано выражение:

$$P(x, y) = \frac{B\mu}{k_h h} \ln \left[ ch \frac{2\pi y}{a} - \cos \frac{2\pi x}{a} \right] \tag{9}$$

### Метод моделирования

В работе (Борисов и др., 1964) было предложено моделировать горизонтальные скважины как вертикальные, расположенные вдоль пути горизонтальной скважины, вскрывшие пласт на полную толщину и с расстоянием между ними, равным толщине пласта. Таким образом, вместо одной горизонтальной скважины получали  $[L/h]$  вертикальных скважин, сумма дебитов которых и равнялась дебиту горизонтальной скважины.

Пользуясь разложением комплексного потенциала течения жидкости при площадном заводнении на этта-функции, в работе Р.Т. Фазлыева представлена следующая формула для расчета фильтрации жидкости:

$$P_j = \frac{\mu}{k} \left[ \frac{Q_j}{2\pi} \ln \left| \vartheta_1 \frac{\pi(z_{r_j} - z_r)}{2a} \right| + \sum_{n=1}^N \frac{Q_n}{2\pi} \ln \left| \vartheta_1 \frac{\pi(z_j - z_n)}{2a} \right| - C' y_j \right] + D_1 \tag{10}$$

Решая систему  $N$  уравнений совместно с соотношением:

$$\sum_{n=0}^N Q_n = 0 \tag{11}$$

определяем все значения  $Q_n$  и значение  $D_1$ .

В работе (Фокеева, 2006) показано, что для условий высоковязкой нефти (на примере ПАО «Татнефть») потери на трение по длине ствола составляют менее сотых долей Мпа. Так, для высокой вязкости нефти (500 мПа·с) и большого дебита (40 м³/сут) потери на трение по длине ствола 300 м диаметром 0,146 м будут составлять по формуле Дарси-Вейсбаха всего 0,0062 Мпа. Данная величина является достаточно малой и не должна оказывать существенного влияния на распределение забойного давления по стволу скважины. Исходя из вышесказанного, мы можем давление в узлах  $P_j$  принять за постоянное давление в стволе горизонтальной скважины  $P_{скв}$ :

$$P_i = P_{скв} \tag{12}$$

### Приток к горизонтальной скважине на установившемся режиме

Рассмотрим приток к горизонтальной скважине в квадратной системе площадного заводнения. Горизонтальная скважина расположена в центре квадратной площади, где по углам расположены нагнетательные скважины (Рис. 1).

1. Представим горизонтальную скважину как вертикальные скважины с расстоянием между ними, равным толщине пласта. Подставив соответствующие значения в формулу (10), получим следующую систему формул для каждой скважины:

$$\frac{-2\pi P_0}{\mu} = Q_0 \ln \frac{\pi r}{2a} + \sum_{n=1}^N \frac{Q_n}{2} \left\{ \ln \left[ ch\pi + \cos \frac{\pi \left( h(n-1) - \frac{L}{2} \right)}{a} \right] - \ln 2 \right\} + 2\pi D, \quad (13)$$

$$\frac{-2\pi P_j}{\mu} = Q_j \ln \frac{\pi r}{2a} + \sum_{n=1}^N \frac{Q_n}{2} \left\{ \ln \left[ 1 - \cos \frac{\pi h(j-n)}{a} \right] - \ln 2 \right\} + Q_0 \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\ln 2}{2} \right) + \frac{Q_0}{2} \ln \left[ ch\pi + \cos \frac{\pi \left( h(j-1) - \frac{L}{2} \right)}{a} \right] + 2\pi D, \quad (14)$$

где  $j = 1, N$ ;  $P_0$  – давление в нагнетательной скважине;  $P_j$  – давление в мнимых добывающих скважинах. Знак штрих означает пропуск скважины с индексом  $j$ .

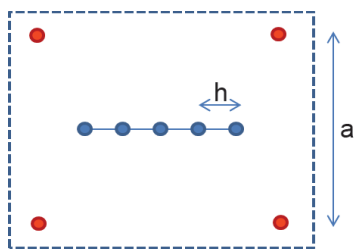


Рис. 1. Горизонтальная скважина в пятиточечной системе.

С учетом (11) и (12) сложив систему (14) и вычитая от него (13), а также применив ряд допущений, получим следующую формулу для выражения дебита горизонтальной скважины в квадратной пятиточечной системе:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\frac{h-L}{L} \ln \frac{\pi r}{a} + 1,72 + A} \quad (15)$$

$$A = \frac{h}{2L} \ln \prod_{n=2}^N \left( 1 - \cos \frac{2\pi h(1-n)}{a} \right)$$

2. Для многоствольной скважины с 4-мя горизонтальными скважинами получим следующую формулу (Рис. 2):

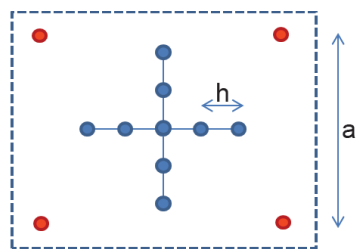


Рис. 2. Многозвонная горизонтальная скважина в пятиточечной системе.

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\frac{h-2L}{2L} \ln \frac{\pi r}{a} - \frac{\pi h}{2a} + 1,27 + A} \quad (16)$$

$$A = \frac{h}{4L} \ln \prod_{n=2}^N \left( ch \frac{2\pi \left( \frac{L}{2} - h(n-1) \right)}{a} - 1 \right) \left( 1 - \cos \frac{2\pi \left( \frac{L}{2} - h(n-1) \right)}{a} \right)$$

3. При линейной системе заводнении, когда на одну горизонтальную систему дренирует 2 нагнетательные скважины (Рис. 3), формула примет следующий вид:

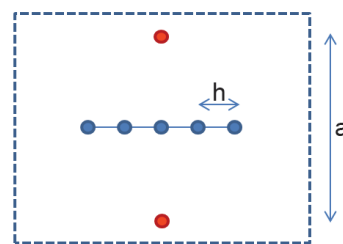


Рис. 3. Горизонтальная скважина в линейной системе.

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\frac{h-L}{L} \ln \frac{\pi r}{a} - 1,22 + A} \quad (17)$$

$$A = \frac{h}{2L} \ln \prod_{n=2}^N \left( ch\pi - \cos \frac{2\pi(L-h(n-1))}{a} \right)$$

Пример. Требуется сравнить различные формулы дебита скважин, формула Дюпюи – для одиночной скважины, формула (1) – для одиночной горизонтальной скважины, формула М. Маскета – для пятиточечной системы площадного заводнения и формула (15). Для расчетов используем следующие данные: высота пласта – 10 м, давление добывающей скважины – 9 МПа, давление для нагнетательной скважины в формулах площадного заводнения и давление в круговом контуре питания для формул (1) и Дюпюи равняется 20 МПа, вязкость – 5 МПа·с, проницаемость – 400 МКм<sup>2</sup>, радиус добывающих и нагнетательных скважин – 0,05 м, стороны квадрата площадного заводнения – 300 м, длина горизонтальной скважины – 150 м. В случаях не площадного заводнения в качестве контура питания берем  $a/2$ . Подставив соответствующие значения в формулы, находим, что формула Дюпюи дает следующий результат – 59 м<sup>3</sup>/сут; для формулы Маскета – 28,3 м<sup>3</sup>/сут; для формулы (1) – 298,4 м<sup>3</sup>/сут; для формулы (15) – 146,5 м<sup>3</sup>/сут. По результатам видно, что сохраняется трех-

кратное преимущество горизонтальной скважины над одиночной скважиной как при круговом контуре питания, так и при площадном заводнении. Это свидетельствует о практической ценности выведенных формул.

## Литература

Joshi S.D. Augmentation of well productivity with slant and horizontal wells. 1988. Vol. 40, June. Pp. 729-739.

Muskat M. The flow of homogeneous fluids through porous media. INC. ANN ARBOR, Michigan. 1946. Vol. 2. Pp. 628.

Renard G., Dupuy J.M. Formation damage effects on horizontal-well flow efficiency. 1991. Vol. 7. Pp. 768-869.

Борисов Ю.П., Пилатовский В.П., Табаков В.П. Разработка нефтяных и газовых месторождений горизонтальными и многозбойными скважинами. М: Недра. 1964. 154 с.

Кристеев Н. Подземная гидравлика. Т. 2. М: Гостоптехиздат. 1962. 492 с.

Насыбуллин А.В., Лифантьев А.В., Васильев В.В., Астахова А.Н. Управление моделью установившегося притока жидкости к горизонтальной скважине и трещине бесконечной проводимости. Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2014. № 6. С. 27-32.

Фазлыев Р.Т. Площадное заводнение нефтяных месторождений. М: Недра. 1979. 255 с.

Фокеева Л.Х. Изучение особенностей притока жидкости к многоствольным горизонтальным скважинами. Автореф. дис. канд. техн. наук. АГНИ. Альметьевск. 2006. 25 с.

Хасанов М.М., Мельчаева О.Ю., Рошкетев А.П., Ушмаев О.С. Стационарный дебит горизонтальных скважин в рядных системах разработки. Нефтяное хозяйство. 2015. № 1. С. 48-51.

## Сведения об авторах

Арслан Валерьевич Насыбуллин – начальник отдела развития информационных технологий и моделирования пластовых систем Института «ТатНИПИнефть» ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина

Тел: 8(85594) 78-641, e-mail: arslan@tatnipi.ru

Вадим Фагимович Войкин – инженер лаборатории проектирования и сопровождения АБД отдела развития информационных технологий и моделирования пластовых систем Института «ТатНИПИнефть» ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина

Тел: 8(85594) 78-558, e-mail: vadim\_voykin@tatnipi.ru

423230 Республика Татарстан, г. Бугульма, ул. М. Джалля, 32

## Definition of Production Rate in a Horizontal Well at Steady Mode in the Object of Flooding

A.V. Nasybullin, V.F. Voykin

Tatar Oil Research and Design Institute (TatNIPIneft) PJSC Tatneft, Bugulma, Russia  
e-mail: arslan@tatnipi.ru, vadim\_voykin@tatnipi.ru

**Abstract.** This article gives an analytical solution for calculating production rates in multilateral horizontal wells in row and areal flooding system. Formulas obtained by the authors can be used to select optimal location of wells in the modernization of areal flooding in the later stages of development and in the planning of development of new fields.

The formulas are designed to determine production rates and optimal location of horizontal wells during areal injection of displacement agent by vertical wells for linear and five-point systems of the development. In particular, the formulas can be used to select optimal length of drained part of horizontal well in the productive reservoir and the number of boreholes for multi-lateral horizontal wells at replacing production vertical well to horizontal well in the five-point system of areal injection.

**Keywords:** steady inflow of fluid, horizontal well, length of horizontal boreholes, external boundary, heterogeneity, areal flooding, selection of development systems.

## References

Joshi S.D. Augmentation of well productivity with slant and horizontal wells. 1988. Vol. 40, June. Pp. 729-739.

Muskat M. The flow of homogeneous fluids through porous media. INC. ANN ARBOR, Michigan. 1946. Vol. 2. Pp. 628.

Renard G., Dupuy J.M. Formation damage effects on horizontal-well flow efficiency. 1991. Vol. 7. Pp. 768-869.

Borisov Yu.P., Pilatovskiy V.P., Tabakov V.P. Razrabotka neftyanykh i gazovykh mestorozhdeniy gorizontальnymi i mnogozaboynymi skvazhinami [Development of oil and gas fields using horizontal and multilateral wells]. Moscow: Nedra Publ. 1964. 154 p. (In Russian)

Kristeev N. Podzemnaya gidravlika [Underground hydraulics]. Т. 2. Moscow: Gostoptekhizdat Publ. 1962. 492 p.

Nasybullin A.V., Lifant'ev A.V., Vasil'ev V.V., Astakhova A.N. Controlling over the model of stable inflow towards a horizontal well and a fracture of endless conductivity. *Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz' v neftyanoy promyshlennosti* [Automation, telemechanization and connection in the oil industry]. 2014. № 6. Pp. 27-32. (In Russian)

Fazlyev R.T. Ploschadnoe zavodnenie neftyanykh mestorozhdeniy [Waterflooding of oilfields]. Moscow: Nedra Publ. 1979. 255 p. (In Russian)

Fokeeva L.Kh. Izuchenie osobennostey pritoka zhidkosti k mnogostvol'nym gorizontальnym skvazhinam. Avtoref. Diss. kand. tech. nauk [Inflow to the multilateral horizontal wells research: Abstract Cand. tech. diss.]. АГНИ. Almetyevsk. 2006. 25 p. (In Russian)

Khasanov M.M., Mel'chaeva O.Yu., Roschektaev A.P., Ushmaev O.S. Steady-state flow rate of horizontal wells in a line drive pattern. *Neftyanoe khozyaystvo* [Oil Industry]. 2015. № 1. Pp. 48-51. (In Russian)

## Information about authors

Arslan V. Nasybullin – Dr. Sci. (Engin.), Head of the Department of Information Technologies and Reservoir Modeling Systems, Tatar Oil Research and Design Institute (TatNIPIneft) PJSC «Tatneft»

Phone: +7(85594) 78-641, e-mail: arslan@tatnipi.ru

Vadim F. Voykin – Engineer of the of the Department of Information Technologies and Reservoir Modeling Systems, Tatar Oil Research and Design Institute (TatNIPIneft) PJSC «Tatneft»

Phone: +7(85594) 78-558, e-mail: vadim\_voykin@tatnipi.ru

423236, Russia, Tatarstan Republic, Bugulma, M. Djalil str., 32