

# Моделирование работы скважин при разработке нефтяного пласта на упруговодонапорном режиме с помощью регрессионного анализа

И.В. Афанаскин\*, С.Г. Вольпин, В.А. Юдин, П.В. Крыганов, А.А. Глушаков

Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН, Москва, Россия

Одной из важных задач анализа разработки нефтяных месторождений является прогнозирование показателей работы скважин. Для этого часто используются характеристики вытеснения, представляющие собой зависимости одних показателей разработки от других. Для определения параметров этих зависимостей применяется регрессионный анализ исторических данных. Зависимости описывают обводнение добывающих скважин водой, закачиваемой в нагнетательные скважины, или водой из законтурного водоносного горизонта.

Особенностью характеристик вытеснения обычно считается, что их можно использовать только в случае, если потоки жидкости в пласте являются установившимися. Это связано с тем, что при классическом подходе характеристики вытеснения не учитывают в явном виде интерференцию скважин. Поэтому поиск характеристик вытеснения, с помощью которых можно учитывать взаимовлияние скважин, является важной задачей. Этому посвящена настоящая работа.

Обводненность и водонефтяной фактор (ВНФ) связаны известной формулой. В работе предложены регрессионные модели для ВНФ. Они получены путем совершенствования классической линейной зависимости логарифма ВНФ от накопленной добычи нефти.

Обводненность рассчитывается из водонасыщенности. Предложенные регрессионные модели для водонасыщенности основаны на анализе уравнений теории двухфазной фильтрации в разностной форме.

Исследовано 11 моделей обводнения, включая две классические и 9 новых. Также были разработаны зависимости для пластового и забойного давлений. Предложенные модели предназначены для анализа работы скважин при разработке нефтяного пласта на упруговодонапорном режиме. Модели были протестированы на реальном месторождении, их эффективность была проанализирована. Некоторые новые модели показали хорошие результаты на тестовой выборке. В частности, все предложенные модели показали результаты лучше, чем классическая модель вида: логарифм водонефтяного фактора от накопленной добычи нефти.

**Ключевые слова:** анализ разработки, оптимизация разработки, регрессионный анализ, характеристики вытеснения, упруговодонапорный режим, прогноз показателей разработки

**Для цитирования:** Афанаскин И.В., Вольпин С.Г., Юдин В.А., Крыганов П.В., Глушаков А.А. (2023). Моделирование работы скважин при разработке нефтяного пласта на упруговодонапорном режиме с помощью регрессионного анализа. *Георесурсы*, 25(4), с. 267–285. <https://doi.org/10.18599/grs.2023.4.21>

## Введение

Разработка нефтяных месторождений – это сложный и трудоемкий процесс. Для правильного использования технологий разработки нефтяных месторождений требуется анализ истории разработки, включающий в себя обобщение информации большого количества исследований скважин, пластов и флюидов. Одной из главных задач такого анализа является прогнозирование показателей работы скважин, для чего часто используются характеристики вытеснения (Craig, 1971; Dake, 2001; Smith, Cobb, 1997; Willhite, 1986; Wolcott, 2009). Метод характеристик вытеснения основан на аппроксимации исторических данных разработки. Для прогнозирования показателей разработки применяется экстраполяция полученных зависимостей.

Как правило, используются линеаризованные характеристики вытеснения. Например, сложную зависимость водонефтяного фактора (ВНФ) от накопленной добычи нефти описывают линейной зависимостью логарифма ВНФ от накопленной добычи нефти.

Для более детального анализа разработки, построения прогнозных моделей и оценки нефтеотдачи часто строят модели для каждой скважины отдельно, хотя можно строить модели для групп скважин, дренирующих один и тот же пласт.

Характеристики вытеснения представляют собой наборы зависимостей одних показателей разработки от других (дебит по фазам, обводненность, накопленная добыча и др.). Для определения параметров этих зависимостей используется регрессионный анализ данных разработки за исторический период.

Характеристики вытеснения принято разделять на две группы: дифференциальные и интегральные.

Дифференциальные характеристики вытеснения представляют собой зависимости дифференциальных показателей разработки (дебит по фазам, доля нефти

\* Ответственный автор: Иван Владимирович Афанаскин  
e-mail: [ivan@afanaskin.ru](mailto:ivan@afanaskin.ru)

© 2023 Коллектив авторов

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

или обводненность, ВНФ) от интегральных показателей разработки (накопленной добычи по фазам, коэффициента извлечения нефти). Общеизвестным примером дифференциальной характеристики вытеснения можно считать зависимость «логарифм ВНФ – накопленная добыча нефти».

Интегральные характеристики вытеснения представляют собой взаимосвязь разных интегральных показателей разработки. Это, например, линейная зависимость накопленной добычи нефти от обратной величины накопленной добычи жидкости.

Интегральные характеристики вытеснения являются существенно более гладкими, чем дифференциальные. Это связано с тем, что интегральные показатели разработки могут расти только с течением времени, а дифференциальные показатели могут достаточно хаотично меняться в обе стороны, придерживаясь при этом некоторого тренда. Поэтому более зашумленными являются дифференциальные характеристики вытеснения.

Возможность использования характеристик вытеснения при анализе разработки нефтяного месторождения зависит от наличия воды. Характеристики позволяют описать обводнение добывающих скважин водой, закачиваемой в нагнетательные скважины, или водой из законтурного водоносного горизонта. Поэтому такие характеристики можно использовать только для случая двухфазной фильтрации нефти и воды в пласте. Как правило, область их применения ограничена снизу весьма высоким значением минимально возможной обводненности. Этот недостаток осложняет использование подавляющего большинства известных характеристик вытеснения.

При классическом подходе к определению характеристик вытеснения их можно использовать только при установившейся фильтрации в пласте, т.е. когда условия фильтрации не изменяются со временем. Поэтому они неприменимы в следующих случаях:

1) значительное изменение режимов работы окружающих скважин (добывающих и нагнетательных), имеющих гидродинамическую связь с изучаемой скважиной по пласту;

- 2) включение или выключение окружающих скважин;
- 3) перевод добывающих скважин в нагнетательные.

При соблюдении условий применения характеристики вытеснения можно использовать для следующих целей:

- 1) анализ показателей разработки скважины, группы скважин, пласта или месторождения;
- 2) прогнозирование показателей разработки на краткосрочный и среднесрочный период;
- 3) оценка конечной нефтеотдачи;
- 4) оценка эффективности реализованных методов воздействия на пласт и призабойную зону (методы увеличения нефтеотдачи и интенсификации добычи нефти).

Для определения параметров характеристик вытеснения, являющихся функциональными зависимостями (обычно, но не обязательно – линейными относительно коэффициентов), как правило, используют регрессионный анализ соответствующих исторических показателей разработки. Подавляющая часть характеристик вытеснения не имеет строгого математического вывода, так как получены эмпирическим путем в конкретных геолого-физических условиях.

Определение характеристик вытеснения, которые способны учитывать взаимовлияние скважин, является важной задачей. Решение такой задачи позволит существенно расширить область применения характеристик вытеснения как инструмента для анализа разработки. Таким исследованиям мы планируем посвятить несколько статей. Эта работа является второй в серии. Первая работа (Афанаскин и др., 2022) была посвящена случаю обводнения скважин водой из законтурной водоносной области. Настоящая работа посвящена развитию того же случая. В отличие от первой работы здесь приведено развернутое обоснование предлагаемых моделей, рассмотрен дополнительный промысловый пример, проведен подробный анализ результатов, сделан анализ литературы по проблеме. Влияние системы поддержания пластового давления здесь рассматриваться не будет. Это вопрос дальнейших исследований.

Рассмотрим некоторые примеры работ по характеристикам вытеснения.

Различные способы прогнозирования показателей разработки и обоснования выбора характеристик вытеснения представлены в классических работах по анализу разработки (Craig, 1971; Wolcott, 2009; Dake, 2001) и по заводнению (Willhite, 1986; Smith, Cobb, 1997). В частности, в работе (Wolcott, 2009) рассмотрены зависимости ВНФ от накопленной добычи, дебита жидкости и дебита нефти от накопленной добычи, обводненности от нефтеотдачи и т.д.

Рассмотрим подробнее некоторые наиболее интересные зависимости в хронологическом порядке.

Кривые Арпса (Arps, 1945) хотя и используются иногда для анализа заводнения, но не могут называться характеристиками вытеснения, поскольку они описывают падение дебита нефти от времени. Характеристики вытеснения связывают одни показатели заводнения с другими, они не зависят от времени. Вопрос корректности использования кривых Арпса для анализа падения дебита нефти в результате роста обводненности до сих пор обсуждается в литературе, например (Yang, 2009). Считается, что кривые Арпса хорошо описывают падение дебита нефти в результате прорыва законтурной воды. Иногда эти кривые используют для анализа обводнения скважин подставляя вместо дебита нефти обводненность.

В работе (Ershaghi, Omorigie, 1978) предложен подход к экстраполяции данных о добыче с помощью X-plot, который представляет собой метод анализа заводнения, основанный на одномерном уравнении Баклея – Леверетта с использованием полулогарифмической зависимости между отношением относительных проницаемостей нефти и воды и водонасыщенностью (далее модель Эршаги – Омори́ги). Этот метод неявно учитывает конфигурацию пласта, неоднородность и эффективность вытеснения. Развитие предложенного метода для различных схем заводнения, свойств коллектора и условий эксплуатации месторождения представлено в (Ershaghi, Abdassah, 1984).

Работа (Мирзаджанзаде и др., 1999) посвящена разработке подходов к обоснованию выбора характеристик вытеснения и повышению устойчивости оценок, получаемых с их помощью. Авторами разработана обобщенная модель с накопленным отбором нефти, воды и жидкости:

$$\frac{dQ_o}{dQ_l} = \alpha Q_o^k Q_l^m (Q_o^\infty - Q_o)^n, \quad (1)$$

где  $Q_o$  – накопленный отбор нефти,  $Q_l$  – накопленный отбор жидкости,  $Q_o^\infty$  – начальные извлекаемые запасы нефти,  $\alpha$ ,  $k$ ,  $m$ ,  $n$  – параметры модели, определяемые при адаптации. Как показано в (Мирзаджанзаде и др., 1999), из этой модели можно вывести множество других, более простых моделей, например (Мирзаджанзаде и др., 1999; Савельев и др., 2008):

$$\ln(Q_o) = a + b \ln(Q_l), \quad (\text{модель Абызбаева}), \quad (2)$$

$$\ln(Q_l) = a + b Q_o, \quad (\text{модель Сазонова}), \quad (3)$$

$$Q_o = a + \frac{b}{Q_l}, \quad (\text{модель Камбарова}), \quad (4)$$

$$Q_o = a + \frac{b}{\sqrt{Q_l}}, \quad (\text{модель Пирвердяна}), \quad (5)$$

$$Q_o = a + b Q_l, \quad (\text{модель Казакова}), \quad (6)$$

$$\frac{Q_l}{Q_o} = a + b Q_l, \quad (\text{модель Гайсина – Тимашова}), \quad (7)$$

где  $a$  и  $b$  – параметры моделей, определяемые при адаптации.

Потенциальные диагностические возможности характеристик вытеснения, связанных с ВНФ, были изучены в работах (Yortsos et al., 1999; Yang, Ershaghi, 2005). В первой работе представлены аналитические и численные результаты для различных условий заводнения.

Работа (Bondar, Blasingame, 2002) является развитием традиционных методов WOR-анализа на случай псевдостационарного течения. Предложенная авторами псевдостационарная модель (далее модель Бондаря – Блазингейма) воспроизводит прогнозирование значительно лучше, чем любая из стационарных моделей. В этой работе представлены новые эмпирические и полуаналитические модели для анализа и интерпретации данных по добыче нефти и воды.

В работах (Севостьянов, 2005; Сергеев и др., 2014) рассмотрены характеристики вытеснения с переменными во времени параметрами. Предложен подход к построению модели с учетом дополнительной априорной информации и адаптивные алгоритмы идентификации параметров.

В работе (Савельев и др., 2008) предложена классификация характеристик вытеснения и рассмотрены условия использования ряда характеристик вытеснения: Назаров, Сипачев, Максимов, Пирвердян, Говорова – Рябинина и др.

Исследование (Yang, 2009) показывает невозможность использования кривых Арпса при заводнении. Автором был разработан метод прогноза добычи нефти специально для заводнения на основе теории Баклея – Леверетта, введено понятие  $Y$ -функции.

В статье (Can, Kabir, 2014) рассмотрена эффективность некоторых часто используемых инструментов для анализа заводнения, таких как кривые ВНФ,  $Y$ -функция и кривые Арпса. Помимо этих инструментов предлагается полуаналитический подход, который представляет собой модифицированную версию  $Y$ -функции. Результаты, основанные на синтетических и промысловых данных, показывают,

что метод Арпса чрезвычайно точен при заводнении, независимо от лежащих в его основе физических механизмов. Нужно отметить, что этот вывод противоречит работе (Yang, 2009). На наш взгляд, результаты, полученные в (Yang, 2009), представляются более логичными и обоснованными.

В работе (Cheng, Li, 2014) показано, что из рассмотренных в ней моделей Эршаги – Омориги, Первиса (R.A. Purvis), Арпса, Бондаря – Блазингейма и Уоррена (B.E. Warren) ни одна модель не может быть универсальной и удовлетворять всем задачам прогнозирования. Каждая модель имеет свои преимущества и ограничения. Отмечено, что модель Уоррена является лучшей статистической моделью среди рассмотренных.

Кроме задач поиска новых характеристик вытеснения и обоснования их эффективности важной остается проблема выбора оптимальной характеристики вытеснения.

С помощью одномерной аналитической модели и промысловых данных произведен анализ метода X-plot (Yang, 2017). Предложен новый подход к использованию этого метода анализа данных о добыче, основанный на применении заранее рассчитанной библиотеки типовых графиков X-plot для различных сочетаний свойств породы и жидкости. Оценка показала, что при наличии лишь минимальных данных о добыче после прорыва воды новый подход к методу X-plot уменьшает неопределенность и погрешность долгосрочного прогноза извлечения нефти.

В статье (Юлмухаметов, 2017) предложен метод обработки исходных данных для анализа зависимости логарифма ВНФ от накопленной добычи нефти. Этот метод позволяет получить зависимость, близкую к линейной функции, даже если работа фонда скважин нестабильна. Суть метода заключается в следующем:

- для каждой скважины реконструируется история ее работы с постоянным дебитом жидкости, равным последнему фактическому значению;

- затем, используя этот реконструированный набор данных, строится зависимость логарифма ВНФ от накопленной добычи.

Метод (Юлмухаметов, 2017) позволяет получить более точную зависимость логарифма ВНФ от накопленной добычи, чем если бы данные обрабатывались без учета нестабильности работы фонда скважин.

Среди работ последнего времени стоит выделить следующие три статьи.

В работе (Liu, 2021) для прогнозирования показателей разработки на ранней стадии заводнения предлагается использовать кривые Арпса, а на поздней стадии – интегральные характеристики заводнения (зависимости накопленной добычи нефти от накопленной добычи жидкости).

В работе (Sun, 2021) отмечена сложность использования характеристики вытеснения для прогнозирования конечной накопленной добычи нефти на месторождениях с активной законтурной водоносной областью. Это связано с тем, что в результате изменения дебитов жидкости меняется приток воды из законтурной водоносной области в нефтяную залежь, что, свою очередь, приводит к нестационарному течению в пласте и точность применения характеристик вытеснения падает. Поэтому в (Sun, 2021) предложена характеристика вытеснения, прямо учитывающая приток воды из законтурной водоносной области.



Работа (Elmabrouk, Mahmud, 2022) посвящена развитию подходов к оценке извлекаемых запасов углеводородов (Estimated Ultimate Recovery – EUR). Для оценки извлекаемых запасов нефти и газа успешно применены семь методов линейной экстраполяции (семь характеристик вытеснения). Расчеты проводились для трех нефтяных скважин, эксплуатирующих один пласт. Сравнение показывало очень похожие оценки EUR.

Кроме моделей для ВНФ или обводненности для анализа работы скважин нужны модели для забойного и пластового давлений.

Метод материального баланса применяется для анализа и прогноза пластового давления, однако его использование сопряжено с некоторыми сложностями. Первая сложность заключается в том, что пластовое давление измеряется в отдельных скважинах, а расчеты по методу материального баланса ведутся по всему пласту или крупным его участкам. Это приводит к необходимости учитывать перетоки между скважинами, что может быть затруднительно. Вторая состоит в том, что записать уравнение материального баланса для одной скважины проблематично. Это связано с тем, что количество замеров пластового давления по каждой скважине, как правило, невелико, и не всегда понятно, как учитывать перетоки жидкости между соседними скважинами. Чтобы преодолеть эти сложности, в настоящей работе предлагается использовать специальные регрессионные модели, позволяющие строить зависимость пластового давления от различных факторов, таких как дебит жидкости, обводненность и накопленный объем добычи. Это позволяет более точно прогнозировать пластовое давление, чем метод материального баланса.

Для анализа и прогноза забойного давления применяются различные модели, которые зависят от конструкции скважины. Такие модели требуют большого количества фильтрационно-емкостных и геометрических параметров (Елкин и др., 2016; Guo, Tu, 2008), которые могут быть труднодоступны или неточно определены. Чтобы преодолеть эти сложности, в настоящей работе предлагается использовать специальных регрессионных моделей, позволяющих строить зависимость забойного давления от различных факторов. Это позволяет более точно прогнозировать забойное давление, чем традиционные модели.

Следует отметить, что в последние годы широкое распространение получил метод CRM-моделирования (Olenchikov, Posvyanskii, 2019; Ruchkin et al., 2018; Sayarpour, 2008; Sayarpour et al., 2009a; Sayarpour et al., 2009b; Sayarpour et al., 2011). В этом методе уравнение притока к скважине подставляется в уравнение материального баланса. Таким образом получают формулу для связи дебита жидкости и забойного давления, из которой исключено пластовое давление. Однако CRM-модели предназначены для анализа заводнения, т.е. для оценки влияния нагнетательных скважин на добывающие. В настоящей работе мы рассмотрим разработку нефтяного пласта на упруговодонапорном режиме без закачки воды в пласт.

## Материалы и методы

Рассмотрим работу группы добывающих скважин. Будем учитывать влияние соседних скважин на работу

каждой конкретной скважины, а также влияние законтурной водоносной области. Нагнетательных скважин нет, поэтому пластовое давление поддерживается только притоком из законтурной области. Забойное давление выше давления насыщения нефти газом, что означает, что в пласте преобладает жидкая фаза. В этих условиях пластовое давление, забойное давление и ВНФ либо обводненность связаны между собой.

В поставленных условиях будем анализировать пластовое и забойное давления, ВНФ либо обводненность, которые явно связаны между собой:

$$w_i(t) = \frac{1}{\frac{1}{WOR_i(t)} + 1}, \quad (8)$$

где  $w_i(t)$  и  $WOR_i(t)$  – обводненность и водонефтяной фактор  $i$ -й скважины в момент времени  $t$ . Формула (8) верна при любых условиях. Ее можно легко получить, комбинируя формулу для обводненности, записанную через дебит воды и нефти (по определению обводненности), и формулу для ВНФ, записанную также через дебит воды и нефти (по определению ВНФ).

Для оценки эффективности предлагаемых новых моделей обводнения необходимо выбрать опорные классические модели, с которыми и будет производиться сравнение. В качестве первой такой модели возьмем линейную модель, связывающую логарифм ВНФ и накопленную добычу нефти:

$$\log(WOR_i(t)) = a_0 + a_1 Q_{o,i}(t), \quad (9)$$

где  $a_0$  и  $a_1$  – параметры модели, определяемые путем регрессионного анализа исторических данных,  $Q_{o,i}(t)$  – накопленная добыча нефти  $i$ -й скважины в момент времени  $t$ .

Формула (9) явно не учитывает интерференцию скважин и влияние законтурной водоносной области (под интерференцией скважин понимается влияние режима работы одних скважин на показатели эксплуатации других, с которыми имеется гидродинамическая связь по пласту). Однако она учитывает влияние законтурной водоносной области косвенно через накопленную добычу нефти. Динамика дебита нефти зависит от многих факторов, в том числе от активности законтурной водоносной области. Приток воды из законтурной водоносной области приводит к стабилизации пластового давления, но повышает обводненность продукции скважин, что, в свою очередь, приводит к стабилизации дебита жидкости, но снижает дебит нефти. Поэтому накопленная добыча нефти, которая является одной из величин формулы (9), частично отражает влияние законтурной водоносной области на работу скважин.

В качестве простейшей модели учета интерференции логично взять зависимость ВНФ от накопленной добычи нефти окружающих скважин (в нашем случае – добывающих, так как ППД нет):

$$\log(WOR_i(t)) = a_0 + a_1 Q_{o,i}(t) + a_2 \sum_{j=1}^{N_i} Q_{o,j}(t), \quad (10)$$

где  $a_2$  – постоянная, определяемая путем регрессионного анализа;  $j$  – номер соседней скважины, которая интерферирует с анализируемой  $i$ -й;  $Q_{o,j}(t)$  – накопленная добыча нефти  $j$ -й скважины в момент времени  $t$ ;  $N_i$  – количество скважин, интерферирующих с  $i$ -й.



Для пластов с подошвенной водой актуально учитывать влияние изменения дебита жидкости на ВНФ. В таких условиях часто развивается конус подошвенной воды. Следовательно, при росте дебита жидкости обводненность увеличивается. Тогда формула (10) будет иметь следующий вид:

$$\log(WOR_i(t)) = a_0 + a_1 Q_{o,i}(t) + a_2 \sum_{j=1}^{N_i} Q_{o,j}(t) + a_3 \frac{dq_{l,i}}{dt}, \quad (11)$$

где  $a_3$  – постоянная, определяемая путем регрессионного анализа;  $q_{l,i}(t)$  – дебит жидкости  $i$ -й скважины в момент времени  $t$ .

Естественно различные скважины влияют на обводнение  $i$ -й скважины по-разному. Формула (10) в этом случае будет иметь вид

$$\log(WOR_i(t)) = a_0 + a_1 Q_{o,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} b_j Q_{o,j}(t), \quad (12)$$

где  $b_j$  – постоянные, определяемые путем регрессионного анализа.

Второй опорной моделью для анализа обводнения скважины будем считать модель (Bondar, Blasingame, 2002):

$$WOR_i(t) = \frac{a_o Q_{o,i}(t)/q_{o,i}(t) + b_{pssw}}{a_w Q_{w,i}(t)/q_{w,i}(t) + b_{pssw}}, \quad (13)$$

где  $a_o, a_w, b_{pssw}, b_{pssw}$  – параметры, определяемые путем регрессионного анализа. Эти константы зависят от PVT-свойств фаз, площади зоны дренирования и ее формы, пористости, эффективной толщины пласта, фазовых проницаемостей. Следует отметить, что эта модель не является линейной, и аппроксимация фактических данных с ее помощью сопряжена с некоторыми вычислительными сложностями.

Модель Бондаря – Блазингейма является более современной, чем модель (9). Она основана на предположении о том, что в пласте установился псевдостационарный режим фильтрации. По мнению авторов модели, она может быть применена к любым резервуарам, в которых имеется заводнение. По нашему мнению, она также может быть применена и к резервуарам, в которых происходит обводнение скважин пластовой водой. В настоящей работе мы не рассматриваем заводнение, однако можем использовать модель Бондаря – Блазингейма для анализа зависимости ВНФ от времени, поскольку эта модель во многих случаях хорошо описывает реальную зависимость ВНФ от времени.

Далее перейдем к более сложным моделям.

Обводненность и водонасыщенность на стенке скважины можно связать с помощью теории Баклея – Леверетта следующим образом:

$$w(t) = \frac{k_{rw}(S_L(t))}{k_{rw}(S_L(t)) + k_{ro}(S_L(t)) \frac{\mu_w B_w}{\mu_o B_o}}, \quad (14)$$

где  $S_L(t)$  – водонасыщенность на стенке скважины;  $k_{rw}(S)$  и  $k_{ro}(S)$ ,  $\mu_o$  и  $\mu_w$ ,  $B_o$  и  $B_w$  – относительные фазовые проницаемости (ОФП), динамические вязкости, объемные коэффициенты для нефти и воды соответственно.

Уравнение Баклея – Леверетта позволяет связать водонасыщенность на стенке скважины со средней водонасыщенностью в пласте следующим образом:

$$S_M(t) = S_L(t) + \frac{1 - f_w(S_L(t))}{f'_w(S_L(t))}, \quad S_L(t) \geq S_c, \quad (15)$$

где  $S_M(t)$  и  $S_c$  – средняя водонасыщенность в пласте и водонасыщенность на фронте вытеснения,  $f_w(S)$  и  $f'_w(S)$  – функция Баклея – Леверетта и ее производная по водонасыщенности.

При всем удобстве теории Баклея – Леверетта следует помнить ее ограничения и учитывать их при расчетах. Однако для реальной скважины (при известных функциях ОФП) с помощью уравнения Баклея – Леверетта можно перейти от обводненности к эффективной средней насыщенности в дренируемом объеме, соответственно, можно произвести и обратный переход.

При 100%-ной компенсации отбора жидкости из нефтяной залежи водой, поступающей из законтурной области или закачиваемой через систему ППД, без учета сжимаемости фаз и упругости пласта и интерференции скважин (простейший случай) водонасыщенность будет описываться известной линейной функцией от накопленной добычи нефти. Построим зависимости для водонасыщенности, которые позволят достаточно легко определить входящие в них коэффициенты с помощью регрессионного анализа.

Запишем классические законы сохранения для фильтрации несмешивающихся жидкостей (нефти и воды). Тогда уравнения сохранения объемов нефти и воды в стандартных условиях (Aziz, Settari, 1979) примут вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m S_o}{B_o} \right) + \text{div} \left( \frac{W_o}{B_o} \right) = -q'_o, \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m S_w}{B_w} \right) + \text{div} \left( \frac{W_w}{B_w} \right) = -q'_w + q'_a, \quad (17)$$

где  $m$  – пористость,  $S_o$  и  $S_w$  – нефтенасыщенность и водонасыщенность,  $B_o$  и  $B_w$  – объемные коэффициенты нефти и воды,  $W_o$  и  $W_w$  – вектора скоростей фильтрации нефти и воды,  $q'_o$ ,  $q'_w$  и  $q'_a$  – дебит нефти, воды и расход воды из законтурной области на единицу объема пласта.

Проинтегрируем уравнения (16) и (17) по пространству и запишем их для  $i$ -й зоны дренирования:

$$F_i h_i \frac{d}{dt} \left( \frac{m S_o}{B_o} \right)_i = -q_{o,i} - \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}, \quad (18)$$

$$F_i h_i \frac{d}{dt} \left( \frac{m S_w}{B_w} \right)_i = -q_{w,i} - \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij} + q_a, \quad (19)$$

где  $F_i$  – площадь зоны дренирования в области  $i$ -й скважины,  $h_i$  – эффективная толщина в области  $i$ -й скважины;  $q_{o,i}$  и  $q_{w,i}$  – дебиты  $i$ -й скважины по фазам;  $q_{o,ij}$  и  $q_{w,ij}$  – потоки фаз из  $i$ -й зоны дренирования в  $j$ -ю;  $q_{a,i}$  – приток воды в  $i$ -ю зону дренирования из законтурной водоносной области;  $N_i$  – количество скважин, интерферирующих с  $i$ -й.

Будем считать, что пласт упругий, а жидкости слабосжимаемые. Тогда из уравнений (18) и (19) получим дифференциальные уравнения для давления и насыщенности:

$$F_i h_i m_{o,i} [C_r + (C_w - C_o) S_i(t) + C_o] \frac{dP_i}{dt} = -B_{o,0} \left[ q_{o,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} q_{o,ij}(t) \right] - B_{w,0} \left[ q_{w,i}(t) - q_{a,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} q_{w,ij}(t) \right] \quad (20)$$

$$F_i h_i m_{0,i} \left[ \frac{dS_i}{dt} + (C_r + C_w) S_i(t) \frac{dP_i}{dt} \right] = -B_{w0} \left[ q_{w,i}(t) - q_{a,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} q_{w,ij}(t) \right], \quad (21)$$

$$m = m_0 [1 + C_r (P - P_0)], \quad (22)$$

$$B_o = B_{o0} [1 - C_o (P - P_0)], \quad (23)$$

$$B_w = B_{w0} [1 - C_w (P - P_0)], \quad (24)$$

$$S_o + S_w = 1, \quad (25)$$

где  $m_{0,i}$ ,  $B_{o0}$  и  $B_{w0}$  – пористость в  $i$ -й зоне дренирования, объемный коэффициент нефти и воды соответственно при начальном пластовом давлении,  $C_r$ ,  $C_w$  и  $C_o$  – сжимаемость пласта, воды и нефти;  $S_i$  и  $P_i$  – водонасыщенность пласта и пластовое давление в  $i$ -й зоне дренирования ( $S_i = S_M$ ).

Уравнения (20) и (21) получены из уравнений (18) и (19) с учетом (22)–(25). Для их решения необходимо задать начальные условия для насыщенности и давления.

Уравнения (20) и (21) представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения. С помощью метода Рунге – Кутты первого порядка (метода Эйлера) составим разностную схему для расчета давления и насыщенности (Афанаскин, 2016):

$$P_i^{n+1} = P_i^n - \Delta t^{n+1} \frac{B_{o0} \left[ (q_o)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^n \right] + B_{w0} \left[ (q_w)_i^n - (q_a)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij}^n \right]}{F_i h_i (m_0)_i [C_r + (C_w - C_o) S_i^n + C_o]} \quad (26)$$

$$S_i^{n+1} = S_i^n - \Delta t^{n+1} \frac{B_{w0}}{F_i h_i (m_0)_i} \left[ (q_w)_i^n - (q_a)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij}^n \right] - (C_r + C_w) S_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n), \quad (27)$$

где  $n$  – номер шага по времени. Благодаря большим объемам зон дренирования при временных шагах от нескольких часов до нескольких дней схема (26), (27) хорошо сходится.

Проанализируем соотношения (26), (27). Определим, от каких показателей разработки зависит изменение насыщенности и давления.

Изменение давления за единицу времени зависит от добычи нефти и воды, перетоков нефти и воды между зонами дренирования скважин и притока воды из законтурной водоносной области в зону дренирования скважины за эту единицу времени.

Изменение насыщенности за единицу времени зависит от добычи воды, перетока воды между зонами дренирования скважин и притока воды из законтурной водоносной области в зону дренирования скважины за эту единицу времени, изменения давления за единицу времени.

На основании этого анализа предложим следующие регрессионные модели (приведены в порядке усложнения):

$$P_i(t) = a_0 + a_1 q_{l,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} b_j q_{l,j}(t), \quad (28)$$

$$P_i(t) = a_0 + a_1 Q_{l,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} b_j Q_{l,j}(t), \quad (29)$$

$$P_i(t) = a_0 + a_1 Q_{l,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} b_j Q_{l,j}(t - \Delta t), \quad (30)$$

$$S_i(t + \Delta t) = a_0 + a_1 Q_{o,i}(t), \quad (31)$$

$$S_i(t + \Delta t) = a_0 + a_1 Q_{o,i}(t) + \sum_{\tau=0}^t \left\{ \Delta t \sum_{j=1}^{N_i} [b_j (P_i(\tau + \Delta t) - P_j(\tau + \Delta t))] \right\}, \quad (32)$$

$$S_i(t + \Delta t) = a_0 + a_1 S_i(t) + a_2 Q_{o,i}(t), \quad (33)$$

$$S_i(t + \Delta t) = a_0 + a_1 S_i(t) + a_2 \Delta t q_{o,i}(t), \quad (34)$$

$$S_i(t + \Delta t) = a_0 + a_1 S_i(t) + a_2 \Delta t q_{o,i}(t) + \sum_{\tau=0}^t \left\{ \Delta t \sum_{j=1}^{N_i} [b_j (P_i(\tau + \Delta t) - P_j(\tau + \Delta t))] \right\}, \quad (35)$$

$$S_i(t + \Delta t) = a_0 + a_1 Q_{o,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} b_j Q_{o,j}(t), \quad (36)$$

где  $q_{l,i}$  и  $q_{l,j}$  – дебиты по жидкости скважин  $i$  и  $j$ ;  $Q_{l,i}$  и  $Q_{l,j}$  – накопленная добыча жидкости этих скважин соответственно;  $Q_{o,i}$  и  $Q_{o,j}$  – накопленная добыча нефти скважин  $i$  и  $j$ ;  $a_p$ ,  $p = 0, 1, \dots, 2$  и  $b_j$ ,  $j = 1, \dots, N_i$  – параметры, определяемые путем регрессионного анализа.

С учетом линейной зависимости между дебитом жидкости и депрессией на пласт построим следующие регрессионные модели для забойного давления:

$$P_{w,i}(t) = a_0 + a_1 P_i(t) + a_2 q_{l,i}(t), \quad (37)$$

$$P_{w,i}(t) = a_0 + a_1 q_{l,i}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} b_j q_{l,j}(t). \quad (38)$$

Рассмотрим более подробно предложенные регрессионные модели (28)–(38).

### Модели для пластового давления

1. Формула (28). При использовании этой модели будем считать, что законтурная водоносная область хорошо компенсирует отборы жидкости, оказывая, таким образом, сильное влияние на показатели разработки.

2. Формула (29). Предполагается, что законтурная водоносная область слабо влияет на разработку или вообще отсутствует.

3. Формула (30). Влияние законтурной водоносной области соответствует модели 2. Одновременно реакция одной скважины на изменение режима работы другой происходит с задержкой из-за низких фильтрационно-емкостных свойств.

### Модели для забойного давления

1. Формула (37). При использовании этой модели будем принимать линейную зависимость между дебитом жидкости и депрессией. Разница с классической моделью состоит в наличии свободного члена. Имеется принципиальное ограничение: для настройки модели требуется знать (или рассчитать) пластовое давление.

2. Формула (38). При использовании этой модели будем считать, что законтурная водоносная область хорошо компенсирует отборы жидкости, оказывая, таким образом, сильное влияние на показатели разработки, что соответствует модели 1 для пластового давления. При этом пластовое давление исключено из формулы для забойного давления, его знание не требуется.

При отсутствии в достаточном количестве достоверных данных о пластовом давлении можно исключить его из регрессионной модели для забойного давления. Для этого нужно подставить выражение для пластового давления (модели 2 или 3 для пластового давления) в модель 1 для забойного давления. Тогда забойное давление будет зависеть от дебита жидкости рассматриваемой скважины и накопленной добычи жидкости рассматриваемой скважины и окружающих ее скважин. Такой подход к построению модели похож на CRM-моделирование.

### Модели обводнения

1. Формула (9). Опорная модель. С ней будем сравнивать остальные модели. Эта модель является классической характеристикой вытеснения. Она не учитывает взаимовлияние скважин. Влияние законтурной водоносной области она учитывает лишь косвенно.

2. Формула (10). Развитие модели 1. Простая модель, позволяющая учесть влияние интерференции добывающих скважин на обводнение. Особенность модели – влияние всех скважин одинаково.

3. Формула (11). Развитие модели 2. Учитывается дополнительно влияние на обводнение изменения дебита жидкости. Актуально для вертикального обводнения скважин в пластах с подошвенной водой.

4. Формула (12). Развитие модели 2. Влияние интерференции добывающих скважин на обводнение индивидуально.

5. Формула (13). Вторая опорная модель – модель Бондаря – Блазингейма. Рассматривается псевдоустановившийся характер двухфазной фильтрации.

6. Формула (31). Простая модель для водонасыщенности.

7. Формула (32). Развитие модели 6. Учитываются перетоки между зонами дренирования. Расход пропорционален разнице пластовых давлений.

8. Формула (33). Развитие модели 6. Добавлено слагаемое, содержащее насыщенность на предыдущем шаге по времени.

9. Формула (34). Развитие модели 6. Модификация модели 8. Добавлено слагаемое, содержащее насыщенность на предыдущем шаге по времени. Накопленная добыча нефти за все время работы скважины заменена на добычу нефти за один шаг по времени (произведение дебита нефти на шаг по времени).

10. Формула (35). Развитие модели 9. Учитываются перетоки между зонами дренирования методом, аналогичным модели 7.

11. Формула (36). Простая модель для насыщенности. Учитывается интерференция добывающих скважин.

В настоящей работе рассмотрены две модели ОФП – аналитическая (39) и регрессионная (40):

$$k_{rw}(S) = A \left( \frac{S(t) - S_{wcr}}{1 - S_{wcr}} \right)^\alpha, \quad k_{ro}(S) = B \left( \frac{1 - S_{owcr} - S(t)}{1 - S_{owcr} - S_{wcr}} \right)^\beta, \quad (39)$$

$$k_{rw}(S) = a_0 + \sum_{n=1}^6 a_n S^n(t), \quad k_{ro}(S) = b_0 + \sum_{m=1}^6 b_m S^m(t), \quad (40)$$

где  $S_{wcr}$  и  $S_{owcr}$  – насыщенность связанной водой и остаточная нефтенасыщенность при вытеснении нефти водой соответственно;  $A, B, \alpha, \beta, a_0, \dots, a_6, b_0, \dots, b_6$  – коэффициенты,

определяемые при аппроксимации лабораторных данных по исследованиям керна. Их можно уточнять при анализе истории.

### Результаты

Рассмотрено применение предложенных регрессионных моделей при анализе работы скважин реального однопластового нефтяного месторождения, разрабатываемого на упруговодонапорном режиме и расположенного в Северо-Кавказской НГП. Пласт терригенный. Залежь массивного типа с подошвенной водой. Глубина ВНК – 3350 м. Эффективная нефтенасыщенная толщина – 5,6 м. Пористость – 0,22 д.ед. Начальная нефтенасыщенность – 0,71 д.ед. Проницаемость – 64 мД. Вязкость нефти в пластовых условиях – 0,34 мПа·с. Начальное пластовое давление – 336 бар. Давление насыщения нефти газом – 188 бар. Пластовое давление на протяжении истории падает слабо и находится существенно выше давления насыщения. На рис. 1 приведена карта эффективных нефтенасыщенных толщин. Из 20 пробуренных на залежь скважин в разработку находилось 12: это 2, 4, 7, 26, 27, 28, 39, 30, 37, 38, 37, 40. Все скважины – добывающие. Режим разработки залежи – упруговодонапорный с активной законтурной водой. Это доказывается историей пластового давления (рис. 2). Основные показатели разработки по залежи представлены на рис. 3 и 4. Пластовое давление по залежи в целом линейно зависит от среднегодовой суточной добычи жидкости с коэффициентом детерминации  $R^2 = 0,72$  (рис. 5).

На рис. 6 показаны относительные фазовые проницаемости в системе нефть – вода, а на рис. 7 – зависимость водонасыщенности от обводненности, полученная по результатам аппроксимации керновых данных с помощью формул (14), (39), (40).

Рассмотрим показатели работы скважин № 2 и № 4: пластовое давление, забойное давление и обводненность. Эти скважины имеют наиболее длинную историю работы.

Скважина № 2 эксплуатируется 23 года. Будем использовать первые 18 лет в качестве истории работы (обучающей выборки), а последние 5 лет в качестве прогнозного периода (контрольной выборки) для оценки качества прогноза по построенным моделям.

Коэффициент детерминации  $R^2$  – доля дисперсии зависимой переменной, объясняемая принятой моделью. Известно, что значение коэффициента детерминации  $R^2$  увеличивается (не уменьшается) от добавления в модель новых переменных.

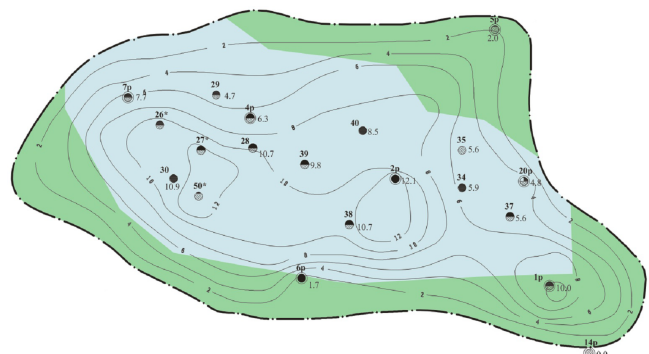


Рис. 1. Карта эффективных нефтенасыщенных толщин



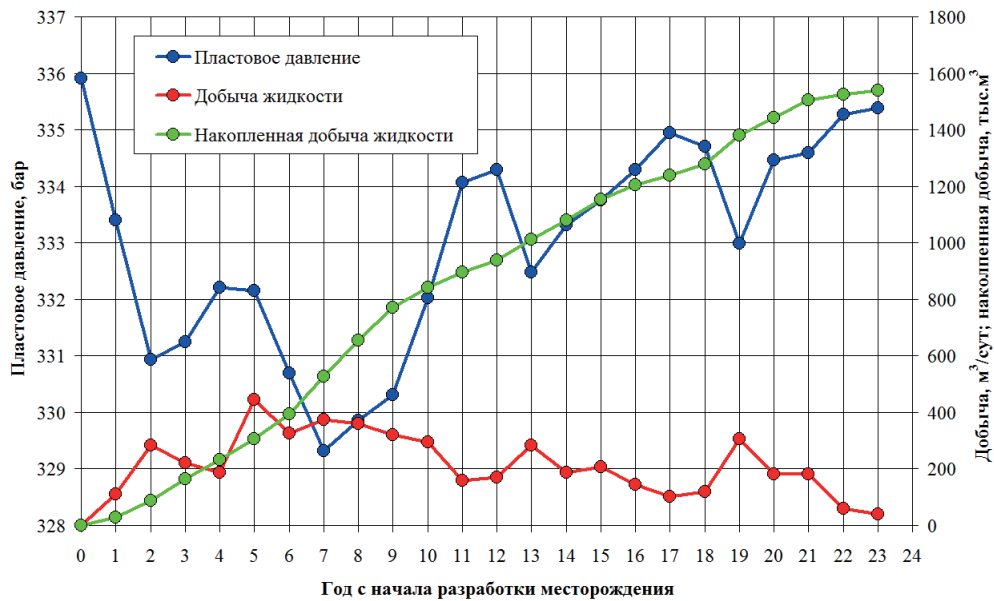


Рис. 2. История пластового давления, суточной и годовой добычи жидкости по залежи

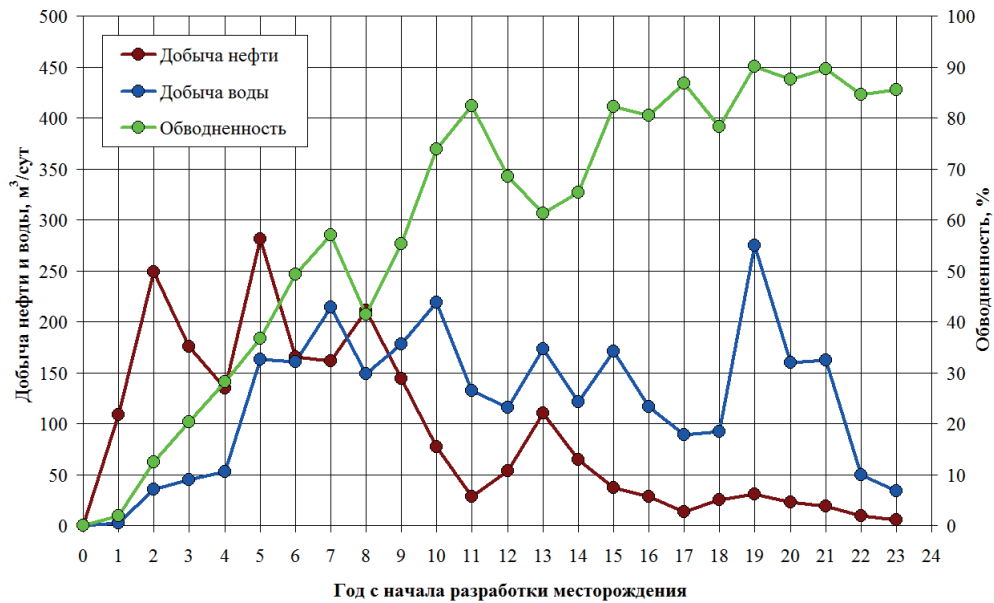


Рис. 3. Дифференциальные показатели разработки залежи

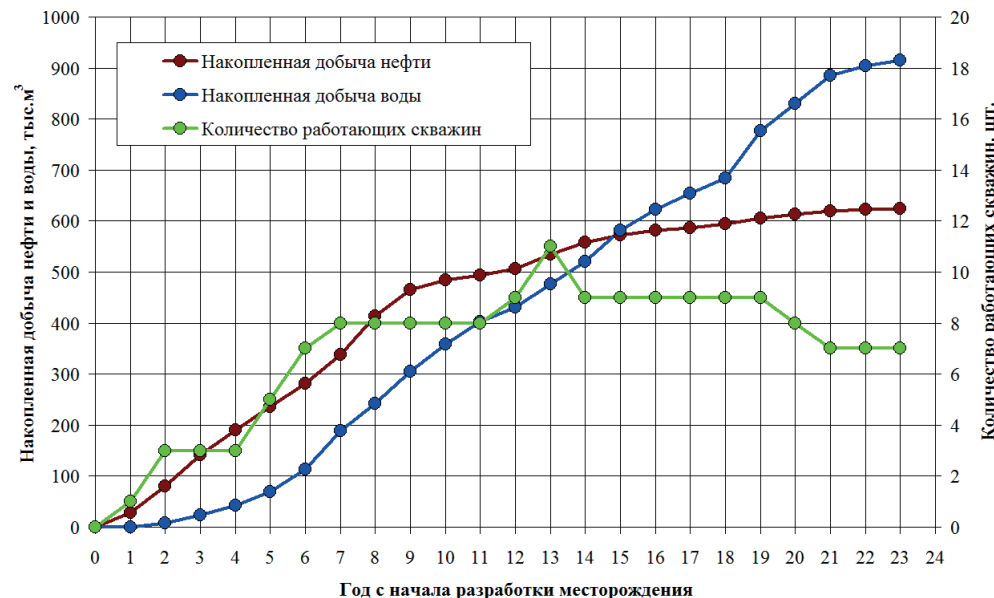


Рис. 4. Интегральные показатели разработки залежи, количество работающих скважин

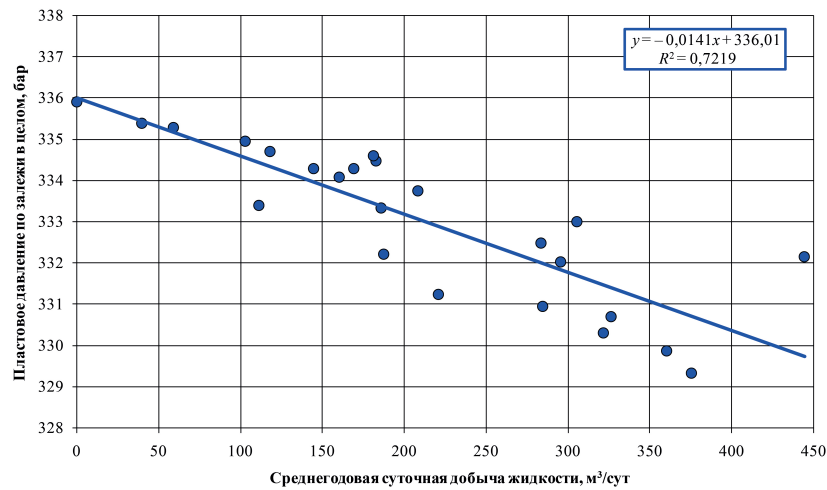


Рис. 5. Зависимость пластового давления по залежи в целом от годовой добычи жидкости.  $R^2$  – коэффициент детерминации

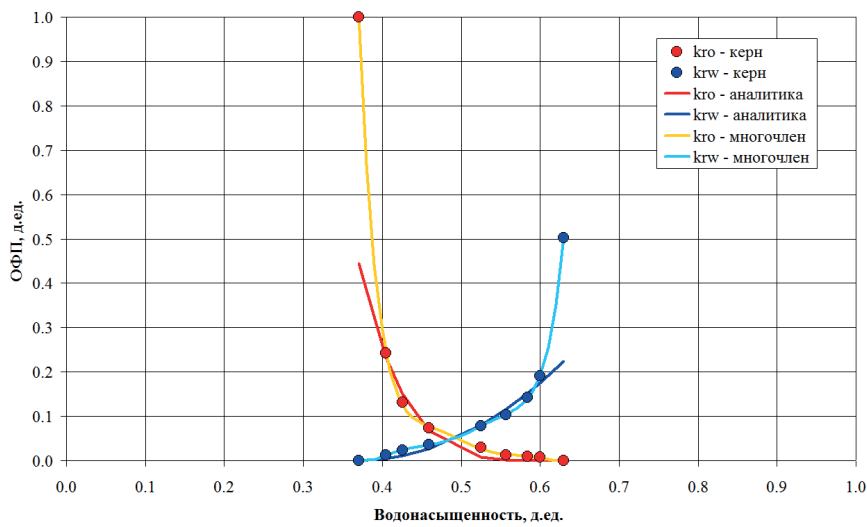


Рис. 6. Относительные фазовые проницаемости

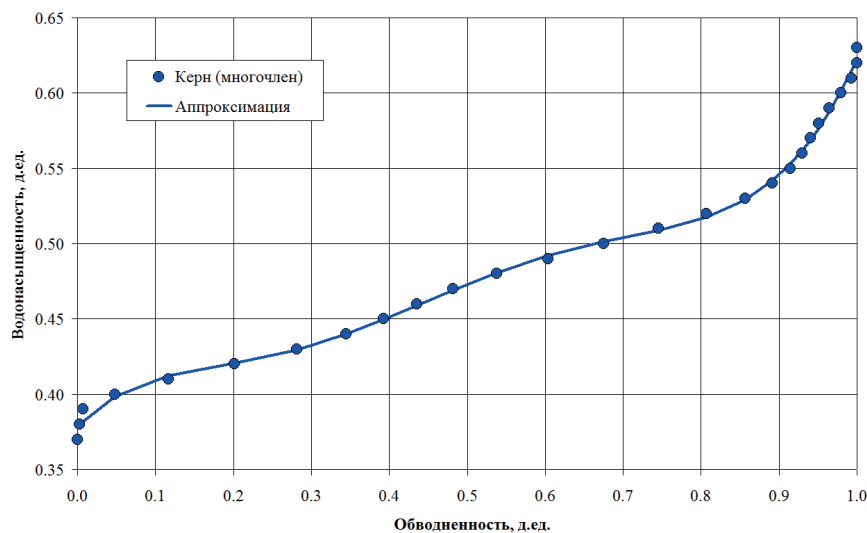


Рис. 7. Зависимость водонасыщенности от обводненности

Это происходит даже в том случае, когда добавляемые переменные не зависят от анализируемой переменной. Поэтому, начиная с рис. 8 и далее, для сравнительной оценки качества рассматриваемых моделей использован так называемый скорректированный коэффициент

детерминации  $R_a^2$ . Он позволяет сравнивать между собой модели с разным количеством переменных.

Скорректированный коэффициент детерминации  $R_a^2$  может использоваться при выборе модели для расчета прогноза показателей работы скважины при расчетах, когда отсутствует контрольная выборка.

Для оценки применимости предлагаемых новых моделей по контрольной выборке рассчитывалась сумма квадратов отклонений расчетной кривой от фактической  $S$ .

На рис. 8–19, где это необходимо, применяется нумерация кривых двумя числами, разделенными точкой. Первое число соответствует номеру варианта расчетов, второе число – номеру модели.

На рис. 8 представлены результаты анализа пластового давления в районе скв. № 2. Рассмотрено пять вариантов построения модели. Варианты 1–3 являются независимыми и описываются моделями 1–3 для пластового давления. Варианты 4 и 5 – линейная комбинация вариантов 1, 2 и 1, 3. Наилучший результат (минимальные значения  $S$ ) дают варианты 1 и 4, что подтверждает тезис об упруговодонапорном режиме работы залежи с активной законтурной водой.

Вариант 3 на рис. 8 дает максимальное значение  $R_a^2 = 0,7893$  на периоде истории (обучающей выборке). Но этот вариант показывает самый плохой результат на прогнозируемом периоде (контрольной выборке). Это подтверждает известный факт, что для правильного выбора модели для прогноза показателей работы скважин кроме

обучающей выборки и прогнозного периода (когда нет фактических данных) необходимо выделять еще и тестовую (контрольную) выборку данных, не участвующую в обучении модели, для финальной оценки качества модели.

На рис. 9 представлены результаты анализа забойного давления в скв. № 2. Рассмотрено шесть вариантов построения модели. Варианты 1–5 описываются моделью 1 для забойного давления с пятью разными вариантами расчета пластового давления. Вариант 6 описывается моделью 2 для забойного давления. Наилучший результат дают варианты 1 и 6. Это подтверждает тезис об упруговодонапорном режиме работы залежи с активной законтурной водой. Хорошие результаты на контрольной выборке также дает вариант 2. Однако он описывает обучающую выборку хуже, чем варианты 1 и 6.

На рис. 10 показана динамика обводнения скв. № 2 для вариантов 1–5. Во всех этих вариантах использована опорная модель 1. Варианты 1–5 отличаются длительностью истории от 3 до 7 лет. Вариант 4 имеет самый высокий  $R_a^2 = 0.9703$ . При этом вариант 4 на контрольной выборке показывает результаты хуже, чем варианты 1 и 5

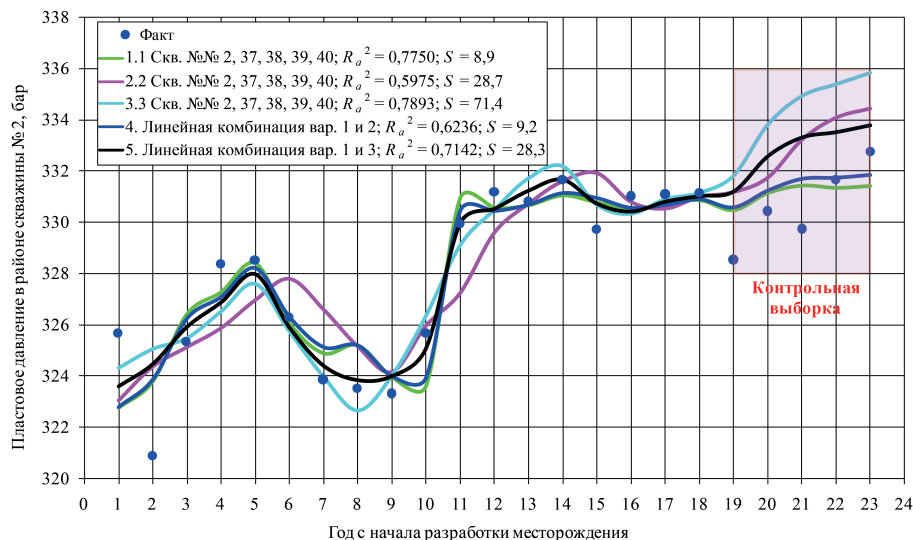


Рис. 8. Анализ пластового давления в районе скв. № 2.  $R_a^2$  – скорректированный коэффициент детерминации,  $S$  – сумма квадратов ошибок по контрольной выборке

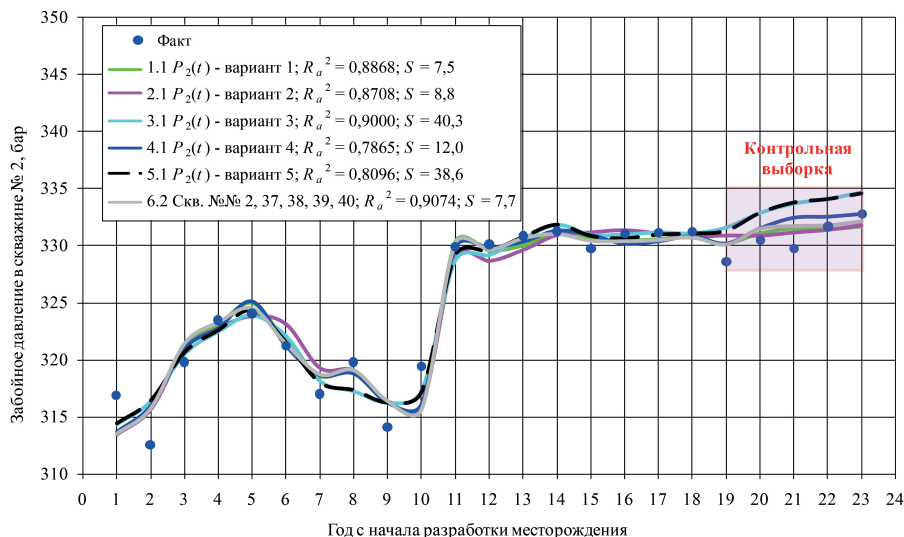


Рис. 9. Анализ забойного давления в скв. № 2.  $P_2(t)$  – пластовое давление в районе скв. № 2. Другие обозначения см. на рис. 8.



с меньшим коэффициентом детерминации. Заключаем, что простейшая опорная модель 1 плохо описывает динамику обводнения рассматриваемой скважины, для этого требуются другие модели.

На рис. 11 представлена динамика обводнения скв. № 2 для вариантов 6–12. При этом использованы модели 2–7. Для модели 6 рассмотрены два варианта задания функций ОФП: с помощью многочленов и с помощью аналитических формул. Лучший результат дают аналитические формулы. Варианты 6–8 и 12 учитывают интерференцию скважин. Вариант 9 использует модель 5, которая так же, как и модель 1, является опорной. Варианты 6, 9, 11 и 12 показывают хорошие результаты на прогнозном периоде.

На рис. 12 показана динамика обводнения скв. № 2 для вариантов 13–18. Здесь использованы модели 8–10. Для моделей 8 и 9 рассмотрены два варианта задания функций ОФП с помощью: многочленов и аналитических формул. Лучший результат получается при использовании

многочленов. Варианты 17 и 18 учитывают интерференцию скважин. Варианты 13 и 15 показывают хорошие результаты на прогнозном периоде. Варианты 17 и 18 лучше описывают последние два года прогнозного периода.

Из рассмотренных на рис. 10–12 вариантов 1–18 хорошие результаты на прогнозном периоде дают варианты 12, 17 и 18. Все три модели учитывают интерференцию. Рассмотрим их подробнее.

Вариант 12 описывается моделью 7. Обводненность рассчитывается через водонасыщенность, которая зависит от накопленной добычи нефти по анализируемой скважине. Учет перетоков между зонами дренирования скважин осуществляется пропорционально перепаду пластового давления.

Вариант 17 описывается моделью 10. Обводненность рассчитывается через водонасыщенность, которая зависит от водонасыщенности на предыдущем шаге и дебита нефти по анализируемой скважине. Учет перетоков между

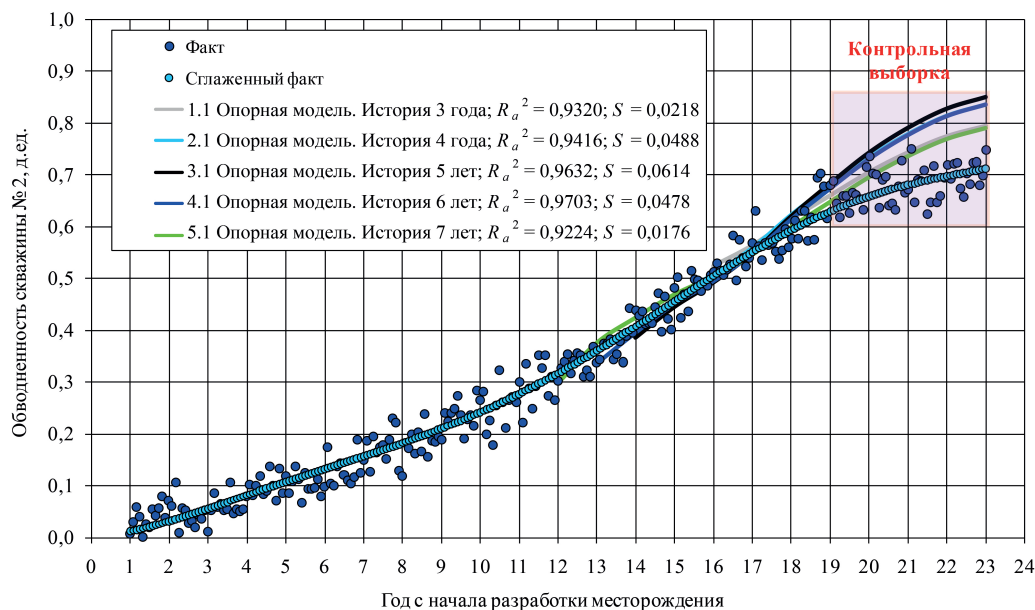


Рис. 10. Динамика обводнения скв. № 2. Варианты 1–5. Обозначения см. на рис. 8

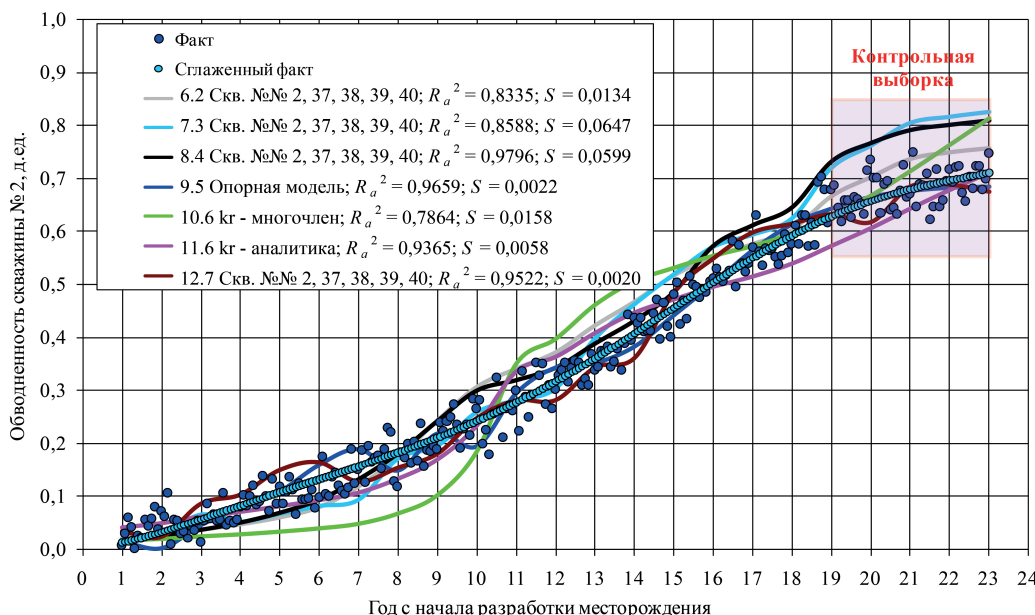


Рис. 11. Динамика обводнения скв. № 2. Варианты 6–12.  $k_f$  – относительная фазовая проницаемость. Другие обозначения см. на рис. 8

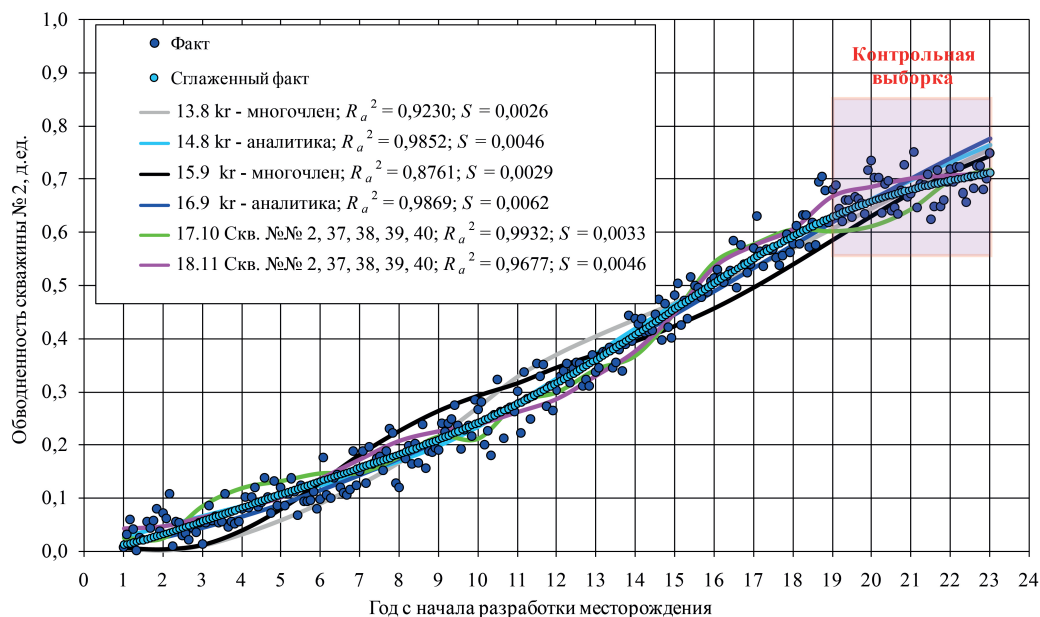


Рис. 12. Динамика обводнения скв. № 2. Варианты 13–18. Обозначения см. на рис. 11

зонами дренирования скважин также осуществляется пропорционально перепаду пластового давления.

Вариант 18 описывается моделью 11. Обводненность рассчитывается через водонасыщенность, которая зависит от накопленной добычи нефти анализируемой скважины и окружающих ее скважин.

Далее была сделана попытка усреднить наилучшие варианты 12, 17 и 18.

На рис. 13 показана динамика обводнения скв. № 2 для вариантов 19–22. Вариант 19 представляет собой среднее арифметическое для насыщенности по вариантам 12, 17 и 18. Вариант 20 – взвешенное среднее арифметическое для насыщенности по вариантам 12, 17 и 18. Вариант 21 – среднее арифметическое для обводненности по вариантам 12, 17 и 18. Вариант 22 – взвешенное среднее арифметическое для обводненности по вариантам 12, 17

и 18. Наилучшие результаты на прогнозном периоде дают варианты 21 и 22.

На рис. 14 представлена динамика водонасыщенности на стенке скв. № 2 по вариантам, для которых эта насыщенность рассчитывалась: это 10–20. Оценка водонасыщенности по сглаженной фактической обводненности проведена с помощью аппроксимационной кривой, показанной на рис. 7.

Рассмотрим скв. № 4. Она эксплуатируется 22 года. Будем использовать первые 17 лет в качестве истории работы (обучающей выборки), а последние 5 лет в качестве прогнозного периода (контрольной выборки) для оценки качества прогноза по построенным моделям.

На рис. 15 представлены результаты анализа пластового давления в районе скв. № 4. Рассмотрено шесть вариантов построения модели. Варианты 1 и 4 являются

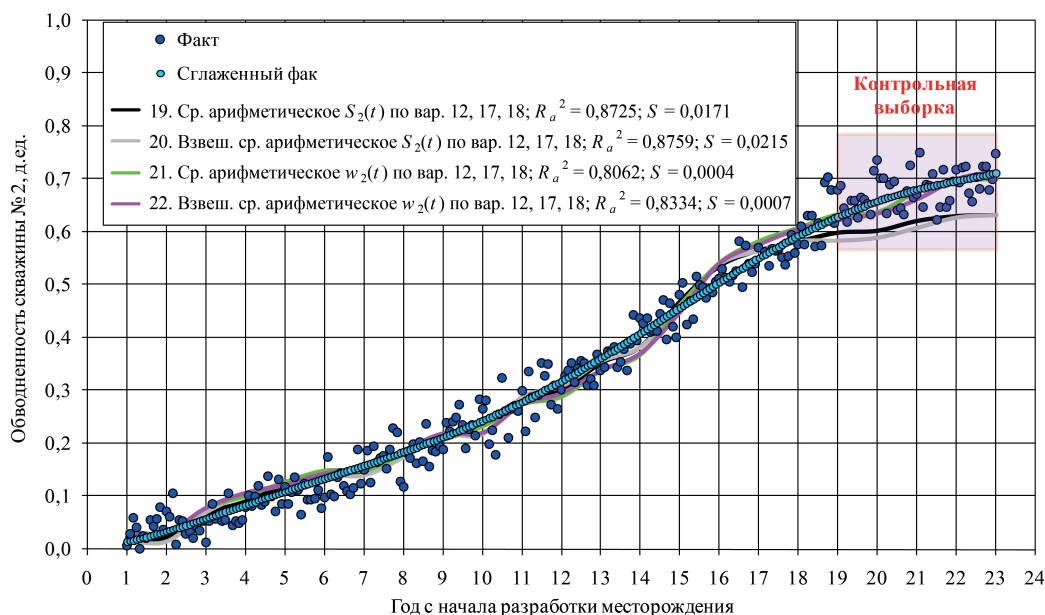


Рис. 13. Динамика обводнения скв. № 2. Варианты 19–22.  $S_2(t)$  – насыщенность на стенке скв. № 2,  $w_2(t)$  – обводненность скв. № 2. Другие обозначения см. на рис. 8

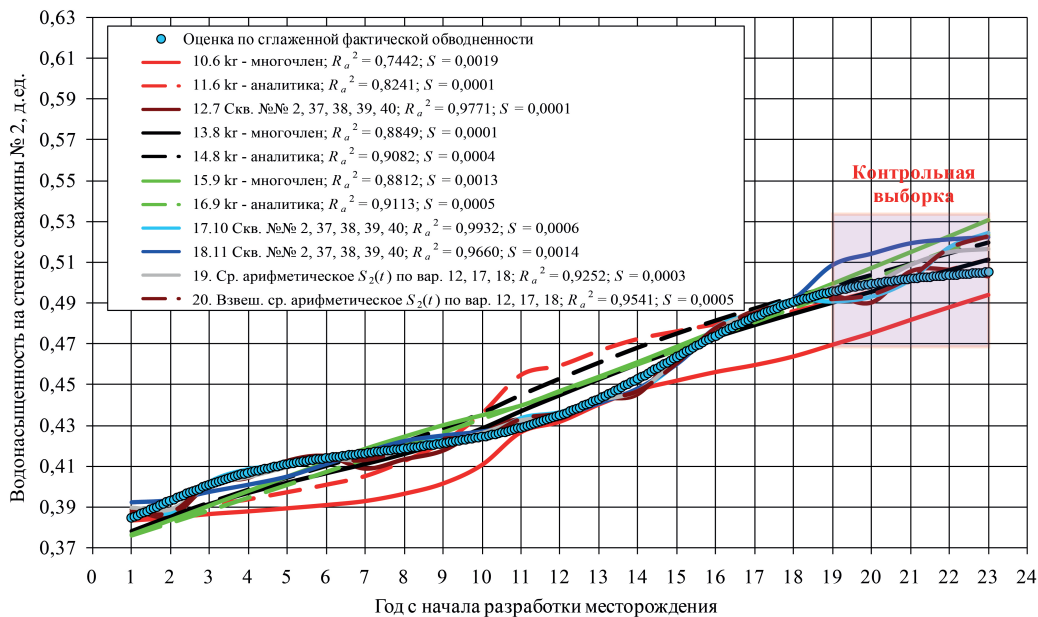


Рис. 14. Динамика водонасыщенности  $S_2(t)$  на стенке скв. № 2 для вариантов, в которых она рассчитывается. Обозначения см. на рис. 11

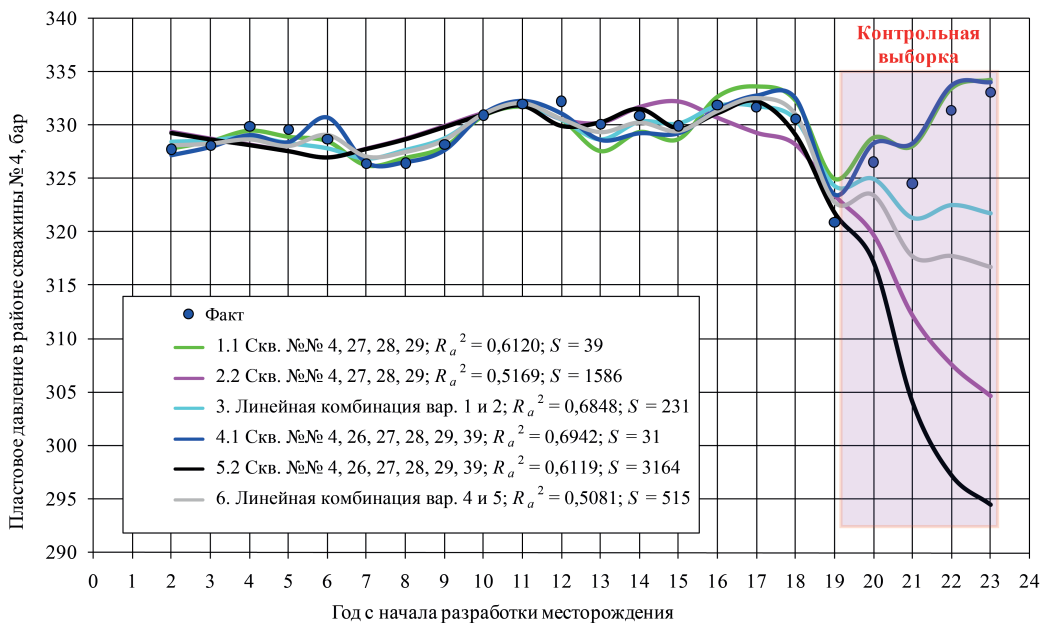


Рис. 15. Анализ пластового давления в районе скв. № 4. Обозначения см. на рис. 8

независимыми и описываются моделью 1 для пластового давления. Варианты 2 и 5 являются независимыми и описываются моделью 2 для пластового давления. Вариант 1 отличается от варианта 4, а вариант 2 – от варианта 5 набором влияющих скважин. Модель 3 пластового давления не рассматривается, так как она плохо подходит для данного пласта, что показано на примере скв. № 2. Варианты 3 и 6 – это линейная комбинация вариантов 1, 2 и 4, 5 соответственно. Наилучший результат показывают варианты 1 и 4. Варианты, учитывающие только накопленную добычу, дают плохие результаты на прогнозном периоде. Это подтверждает тезис об упруговодонапорном режиме работы залежи с активной законтурной водой. Вариант 4 с большим количеством влияющих скважин дает лучшие результаты, чем вариант 1.

На рис. 16 представлены результаты анализа забойного давления в скв. № 4. Рассмотрено два варианта построения модели. Они описываются моделью 1 для забойного давления. В вариантах 1 и 2 для забойного давления используются модели 1 и 4 пластового давления. Оба варианта моделей для забойного давления показывают хорошие результаты на прогнозном периоде (контрольной выборке), но при этом их коэффициенты детерминации на историческом периоде (обучающей выборке) несколько отличаются. Вариант 2 дает лучший результат на контрольной выборке, чем вариант 1.

На рис. 17 приведена динамика обводнения скв. № 4 для вариантов 1–8. Использовались модели 2, 4–7, 9–11. Простейшая опорная модель 1 плохо описывает динамику обводнения скв. № 2, поэтому при анализе скв. № 4 она не использовалась. Вариант 3 использует модель 5, которая



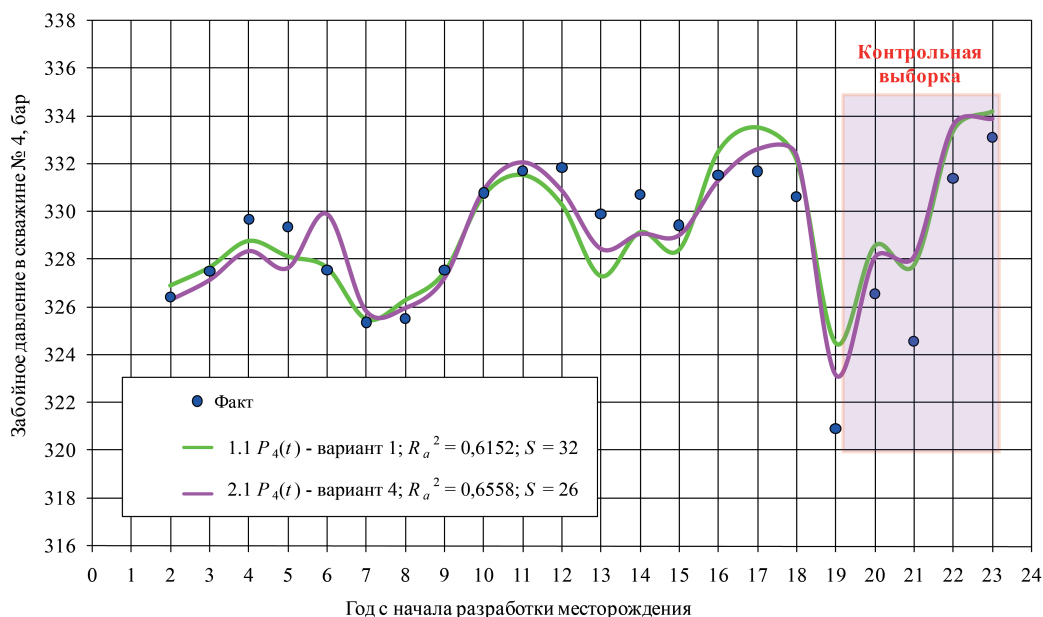


Рис. 16. Анализ забойного давления в скв. № 4.  $P_4(t)$  – пластовое давление в районе скв. № 4. Обозначения см. на рис. 8

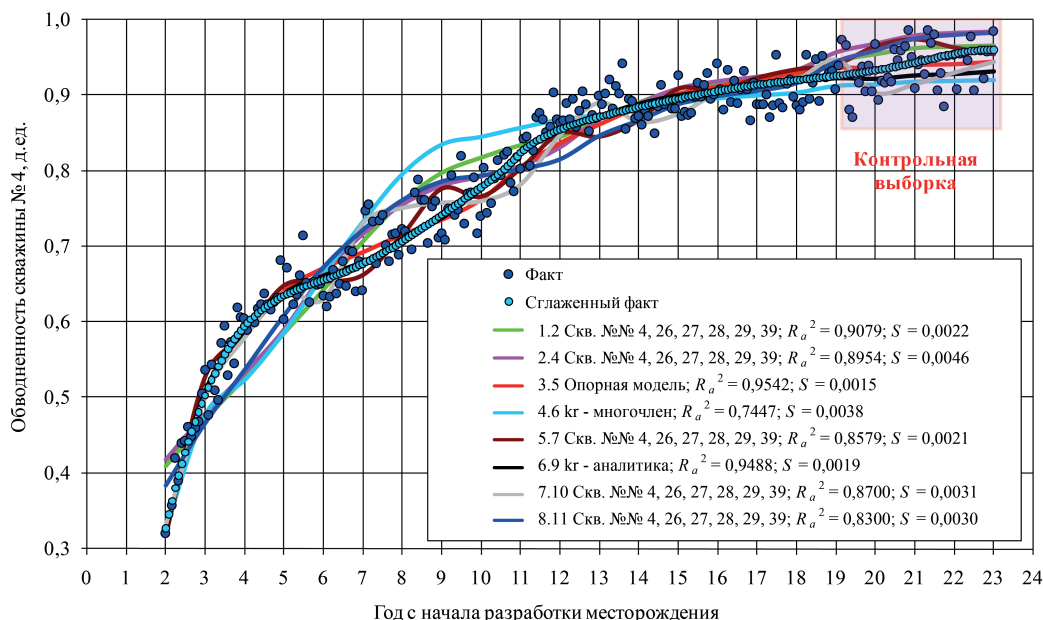


Рис. 17. Динамика обводнения скв. № 4. Варианты 1–8. Обозначения см. на рис. 11

так же, как и модель 1, является опорной. Варианты 1, 2, 5, 7 и 8 учитывают интерференцию скважин. Худшие результаты дают варианты 2 и 4. Из оставшихся вариантов, дающих хорошие результаты на прогнозной выборке, наиболее физически обоснованными и учитывающими интерференцию скважин являются 5, 7 и 8. Рассмотрим их подробнее.

Вариант 5 описывается моделью 7. Обводненность рассчитывается через водонасыщенность, которая зависит от накопленной добычи нефти по анализируемой скважине. Учет перетоков между зонами дренирования скважин осуществляется пропорционально перепаду пластового давления.

Вариант 7 описывается моделью 10. Обводненность рассчитывается через водонасыщенность, которая зависит от водонасыщенности на предыдущем шаге и дебита

нефти по анализируемой скважине. Учет перетоков между зонами дренирования скважин осуществляется пропорционально перепаду пластового давления.

Вариант 8 описывается моделью 11. Обводненность рассчитывается через водонасыщенность, которая зависит от накопленной добычи нефти анализируемой скважины и окружающих ее скважин.

При анализе скв. № 2 наилучшие результаты показали те же модели.

Затем была сделана попытка усреднить наилучшие варианты 5, 7 и 8.

На рис. 18 показана динамика обводнения скв. № 4 для вариантов 9–12. Вариант 9 представляет собой среднее арифметическое для насыщенности по вариантам 5, 7 и 8. Вариант 10 – взвешенное среднее арифметическое для насыщенности по вариантам 5, 7 и 8. Вариант 11 – среднее

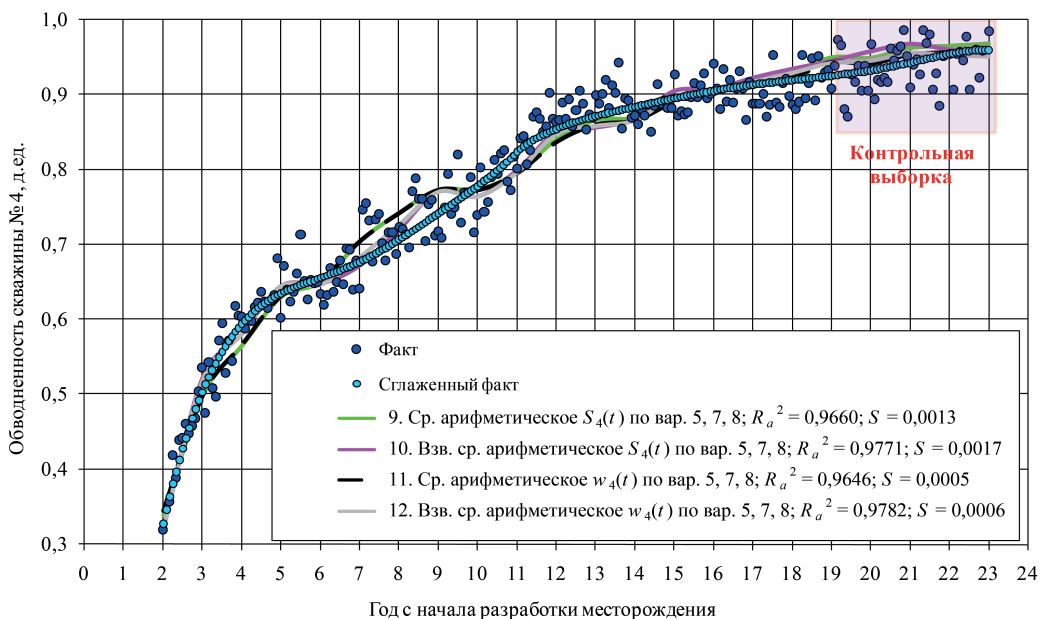


Рис. 18. Динамика обводнения скв. № 4. Варианты 9–12.  $S_4(t)$  – насыщенность на стенке скв. № 4,  $w_4(t)$  – обводненность скв. № 4. Другие обозначения см. на рис. 8

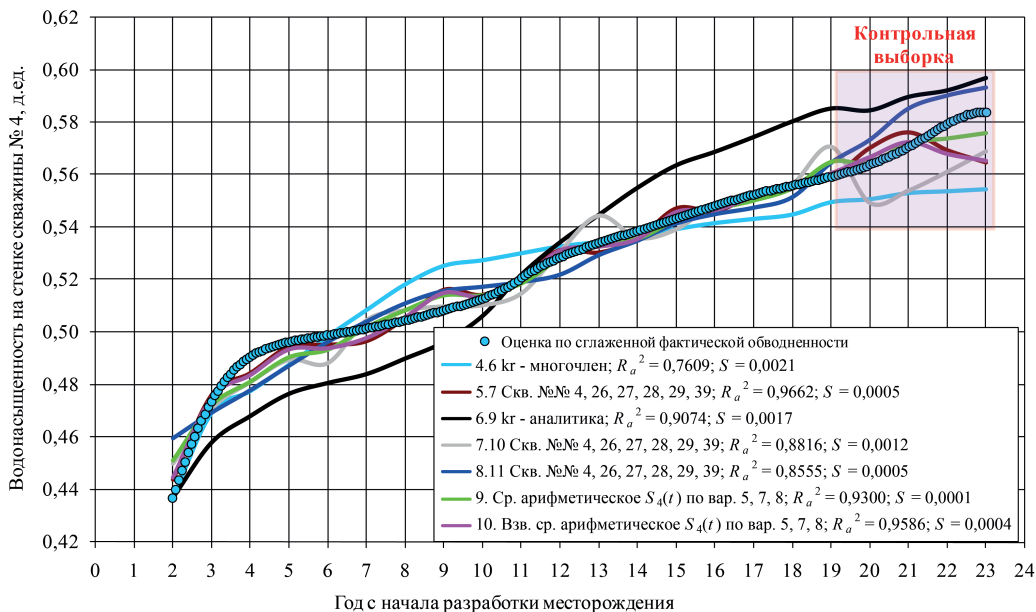


Рис. 19. Динамика водонасыщенности  $S_4(t)$  на стенке скв. № 4 для вариантов, в которых она рассчитывается. Обозначения см. на рис. 11

арифметическое для обводненности по вариантам 5, 7 и 8. Вариант 12 – взвешенное среднее арифметическое для обводненности по вариантам 5, 7 и 8. Наилучшие результаты на прогнозном периоде дают варианты 11 и 12. Те же варианты дали наилучшие результаты на прогнозном периоде при анализе скв. № 2.

На рис. 19 представлена динамика водонасыщенности на стенке скв. № 4 по вариантам, для которых эта насыщенность рассчитывалась: это 4–10. Оценка водонасыщенности по сглаженной фактической обводненности проведена с помощью аппроксимационной кривой, показанной на рис. 7.

### Обсуждение результатов

В работе предложены новые характеристики вытеснения. Часть из них позволяет учитывать взаимовлияние скважин. Всего рассмотрено 11 моделей обводнения. Две модели из них являются классическими, в них не учитывается интерференция, использованы в качестве опорных для сравнения результатов. Кроме того, предложены зависимости для пластового и забойного давления.

Обводненность и ВНФ связаны хорошо известной зависимостью. Предложены регрессионные модели для ВНФ. Они получены с помощью развития классической линейной относительно коэффициентов модели логарифма ВНФ от накопленной добычи нефти.

Взаимовлияние скважин учитывается с помощью включения в характеристику вытеснения накопленной добычи нефти окружающих скважин

Обводненность через водонасыщенность выражается с помощью известной формулы Баклея – Леверетта. Для водонасыщенности предложены регрессионные модели, в которых интерференция скважин учитывается пропорционально перепаду пластового давления. Представлена зависимость водонасыщенности от накопленной добычи нефти исследуемой скважины и окружающих.

Анализ пластового и забойного давлений в работе предлагается проводить с помощью специально разработанных регрессионных моделей.

По аналогии с CRM-моделями можно исключить пластовое давление из регрессионных моделей для забойного давления.

Предлагаемые регрессионные модели разработаны на основе анализа численного решения классической системы дифференциальных уравнений сохранения объемов нефти и воды с помощью метода Эйлера. Система уравнений записана в предположении слабосжимаемости жидкостей и упругости пласта.

Разработанные регрессионные модели апробировались на примере двух реальных скважин месторождения Северо-Кавказской НГП. Показано преимущество одних моделей над другими. Отметим, что данное месторождение разрабатывается на упруговодонапорном режиме. Влияние законтурной водоносной области велико.

В этих условиях хорошие результаты при анализе пластового давления дает линейная регрессионная модель среднегодового пластового давления в районе анализируемой скважины от среднегодового дебита жидкости этой скважины и окружающих ее скважин.

Хорошие результаты при анализе забойного давления дает линейная регрессионная модель забойного давления от среднегодового пластового давления в районе анализируемой скважины и дебита жидкости этой скважины. Следует подчеркнуть, что эта модель отличается от классической линейной модели с коэффициентом продуктивности, так как имеет три коэффициента, а не один. Хорошие результаты показывает также линейная регрессионная модель забойного давления от дебита жидкости этой скважины и окружающих ее скважин. При этом пластовое давление из анализа исключается.

При анализе обводнения скважины на основе зависимости логарифма ВНФ от накопленной добычи нефти имеем наихудшие результаты. Неплохие результаты показывает модель Бондаря – Блазингейма. Хорошие результаты получаются при расчете обводненности в зависимости от водонасыщенности по формуле Баклея – Леверетта, причем водонасыщенность рассчитывается по линейной относительно коэффициентов регрессионной модели от накопленной добычи нефти изучаемой скважины и взаимодействующих с ней добывающих скважин. Наилучшие результаты получаются при использовании линейной относительно коэффициентов регрессионной модели водонасыщенности от накопленной добычи нефти данной скважины и накопленного перетока нефти между ее зоной дренирования и соседними зонами. Этот переток

определяется пропорционально перепаду пластового давления между зонами дренирования анализируемой скважины и окружающих ее скважин.

## Заключение

В работе предложены регрессионные модели для анализа работы скважин при разработке нефтяного пласта на упруговодонапорном режиме. Изучался случай обводнения скважин водой из законтурной водоносной области.

Всего рассмотрено 11 моделей обводнения, две модели из них – классические (для сравнения) и девять новых.

Кроме того, предложены зависимости для пластового и забойного давлений. Они имеют ценность для анализа энергетического состояния пласта. Они также используются в формулах для насыщенности, по которым затем вычисляется обводненность.

Большинство предлагаемых регрессионных моделей сформулировано на основании анализа решения нульмерной системы дифференциальных уравнений двухфазной фильтрации нефти и воды, полученного методом конечных разностей.

Рассмотрено применение предложенных моделей на примере реального месторождения, разрабатываемого на упруговодонапорном режиме. Проанализирована эффективность использования рассматриваемых моделей. Выявлены новые модели, дающие хорошие результаты на прогнозном периоде (на контрольной выборке). Все предложенные модели показывают результаты лучше, чем классическая модель: зависимость логарифма ВНФ от накопленной добычи нефти.

## Финансирование/Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН «Проведение фундаментальных научных исследований (47 ГП)» по теме № FNEF-2022-0019 «Создание методики выявления невыработанных зон на нефтяных месторождениях и подсчета остаточных запасов нефти на основе комплексирования математического моделирования, анализа разработки с исследованиями скважин и пластов», рег. № 1021060909165-8-1.2.1.

Авторы выражают большую благодарность рецензентам за ценные замечания и предложения, которые способствовали улучшению работы.

## Литература

Афанаскин И.В. (2016). Адресная оценка эффективности реализуемых систем разработки нефтяных месторождений. *Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений*, (8), с. 44–54.

Афанаскин И.В., Колеватов А.А., Ахапкин М.Ю., Королев А.В., Кундин А.С., Миронов Д.Т., Солопов Д.В. (2022). Технология анализа, прогноза и оптимизации работы группы скважин с помощью регрессионного анализа и характеристик вытеснения. *Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений*, (11), с. 60–70. [https://doi.org/10.33285/2413-5011-2022-11\(371\)-60-70](https://doi.org/10.33285/2413-5011-2022-11(371)-60-70)

Елкин С.В., Алероев А.А., Веремко Н.А., Чертенков М.В. (2016). Модель для экспресс-расчета дебита флюида горизонтальной скважины в зависимости от числа трещин ГРП с учетом анизотропии пласта. *Инженерная практика*, (7), с. 82–88.

Мирзаджанзаде А.Х., Хасанов М.М., Бахтизин Р.Н. (1999). Этюды о моделировании сложных систем нефтедобычи: Нелинейность, неравновесность, неопределенность. Уфа: Гилем, 462 с.

Савельев В.А., Токарев М.А., Чинаров А.С. (2008). Геолого-промысловые методы прогноза нефтеотдачи. Ижевск: Изд. дом «Удмуртский университет», 147 с.



- Севостьянов Д.В., (2005). Оценка эффективности ГТМ методом интегрированных моделей. *Проблемы геологии освоения недр: Труды IX Междунар. симпозиума им. акад. М.А. Усова*. Томск: Изд-во ТПУ, с. 449–451.
- Сергеев В.Л., Наймушин А.Г., Лонг Ч.Н. (2014). Интегрированные системы идентификации характеристик вытеснения в задачах мониторинга и управления разработкой нефтяных месторождений. *Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники*, (3), с. 152–158.
- Юлмухаметов Д.Р. (2017). Методика обработки исходных данных для полулгарифмической зависимости водонефтяного отношения от нефтеотдачи в условиях нестабильной работы фонда скважин. *Нефтяное хозяйство*, (11), с. 44–47. <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2017-11-44-47>
- Arps J.J. (1945). Analysis of decline curves. *Transactions of the AIME*, 160(1), pp. 228–247. <https://doi.org/10.2118/945228-G>
- Aziz, K., Settari A. (1979). *Petroleum Reservoir Simulation*. London: Appl. Sci. Publ., 476 p.
- Bondar V.V., Blasingame T.A. (2002). Analysis and Interpretation of Water-Oil-Ratio Performance. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, SPE 77569. [https://blasingame.engr.tamu.edu/0\\_TAB\\_Public/TAB\\_Publications/SPE\\_077569\\_\(Bondar\)\\_WOR\\_Analysis.pdf](https://blasingame.engr.tamu.edu/0_TAB_Public/TAB_Publications/SPE_077569_(Bondar)_WOR_Analysis.pdf)
- Can B., Kabir C.S. (2014). Simple tools for forecasting waterflood performance. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 120, pp. 111–118. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2014.05.028>
- Cheng C., Li K. (2014). Comparison of models correlating cumulative oil production and water cut. *Journal of Energy Resources Technology*, 136(3), 032901. <https://doi.org/10.1115/1.4026459>
- Craig F. (1971). The reservoir engineering aspects of waterflooding. Society of Petroleum Engineers of AIME, 134 p.
- Dake L.P. (2001). *The Practice of Reservoir Engineering*. Elsevier, 572 p.
- Elmabrouk S.Kh., Mahmud W.M. (2022). Production data analysis techniques for the evaluation of the estimated ultimate recovery (EUR) in oil and gas reservoirs. *HighTech and Innovation Journal*, 3(1), pp. 85–101. <http://doi.org/10.28991/HIJ-2022-03-01-09>
- Ershaghi I., Abdassah D. (1984). A prediction technique for immiscible processes using field performance data. *Journal of Petroleum Technology*, 36(4), pp. 664–670. <https://doi.org/10.2118/10068-PA>
- Ershaghi I., Omorigie O. (1978). A method for extrapolation of cut vs recovery curves. *Journal of Petroleum Technology*, 30(2), pp. 203–204. <https://doi.org/10.2118/6977-PA>
- Guo B., Tu X. (2008). A simple and accurate mathematical model for predicting productivity of multifractured horizontal wells. *CIPC/SPE Gas Technology Symposium 2008 Joint Conference*, SPE-114452-MS. <https://doi.org/10.2118/114452-MS>
- Liu B. (2021). February. Application of water drive characteristic curve in oil field development planning index prediction. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 651, 032074. <http://doi.org/10.1088/1755-1315/651/3/032074>
- Olenchikov D., Posvyanskii D. (2019). Application of CRM-like models for express forecasting and optimizing field development. *SPE Russian Petroleum Technology Conference*, SPE-196893-MS. <https://doi.org/10.2118/196893-MS>
- Ruchkin A.A., Stepanov S.V., Knyazev A.V., Stepanov A.V., Korytov A.V., Avsyanko I.N. (2018). Applying CRM model to study well interference. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 4(4), pp. 148–168. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-4-148-168>
- Sayarpour M. (2008). Development and application of capacitance-resistance models to water/CO<sub>2</sub> dioxide floods: Ph.D. Diss. The University of Texas at Austin. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1798.3847>
- Sayarpour M., Kabir C.S., Lake L.W. (2009a). Field applications of capacitance-resistance models in waterfloods. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 12(6), pp. 853–864. <https://doi.org/10.2118/114983-PA>
- Sayarpour M., Kabir C.S., Sepehrnoori K., Lake L.W. (2011). Probabilistic history matching with the capacitance-resistance model in waterfloods: A precursor to numerical modeling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 78(1), pp. 96–108. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2011.05.005>
- Sayarpour M., Zuluaga E., Kabir C.S., Lake L.W. (2009b). The use of capacitance-resistance models for rapid estimation of waterflood performance and optimization. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 69(3–4), pp. 227–238. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2009.09.006>
- Smith J.T., Cobb W.M. (1997). *Waterflooding*. Dallas: Midwest Office of the Petroleum Technology Transfer Council.
- Sun W. (2021). Two kinds of water drive characteristic curve control systems are recoverable reserves of water drive oilfield. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 1384. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-74811-1\\_127](https://doi.org/10.1007/978-3-030-74811-1_127)
- Willhite G.P. (1986). *Waterflooding*. Dallas: SPE, 326 p.
- Wolcott D. (2009). *Applied Waterflood Field Development*. Houston: Energy Tribune Publ., 417 p.
- Yang Z. (2009). Analysis of production decline in waterflood reservoirs. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, SPE-124613-MS. <https://doi.org/10.2118/124613-MS>
- Yang Z. (2017). Clarifying and improving the application of waterflood analytical methods in X-plot conditions – from empirical approach to analytical approach. *SPE Western Regional Meeting*, SPE-185726-MS. <https://doi.org/10.2118/185726-MS>
- Yang Z., Ershaghi I. (2005). A method for pattern recognition of WOR plots in waterflood management. *SPE Western Regional Meeting*, SPE-93870-MS. <https://doi.org/10.2118/93870-MS>
- Yortsos Y.C., Choi Y., Yang Z., Shah P.C. (1999). Analysis and interpretation of water-oil ratio in waterfloods. *SPE Journal*, 4(4), pp. 413–424. <https://doi.org/10.2118/59477-PA>

### Сведения об авторах

**Иван Владимирович Афанаскин** – кандидат техн. наук, ведущий научный сотрудник, Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН

Россия, 117218, Москва, Нахимовский просп., 36, к.1  
e-mail: [ivan@afanaskin.ru](mailto:ivan@afanaskin.ru)

**Сергей Григорьевич Вольпин** – кандидат техн. наук, зав. отделом, Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН

Россия, 117218, Москва, Нахимовский просп., 36, к.1

**Валерий Адольфович Юдин** – кандидат физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник, Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН

Россия, 117218, Москва, Нахимовский просп., 36, к.1

**Павел Викторович Крыганов** – кандидат техн. наук, ведущий научный сотрудник, Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН

Россия, 117218, Москва, Нахимовский просп., 36, к.1

**Алексей Александрович Глушаков** – младший научн. сотрудник, ведущий научный сотрудник, Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН

Россия, 117218, Москва, Нахимовский просп., 36, к.1

Статья поступила в редакцию 28.08.2023;

Принята к публикации 27.11.2023; Опубликована 30.12.2023

## Modeling of well performance during oil reservoir development on the elastic-water-drive mode using regression analysis

I.V. Afanaskin\*, S.G. Volpin, V.A. Yudin, P.V. Kryganov, A.A. Glushakov

Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

\*Corresponding author: Ivan V. Afanaskin, e-mail: ivan@afanaskin.ru

**Abstract.** One of the important tasks of analyzing oil field development is predicting well performance. For this purpose, displacement characteristics are often used, which represent the dependence of some indicators on others. To determine the parameters of these dependencies, regression analysis of historical data is used. Dependences of the choice of watering production wells with water pumped into injection wells, water or the law of the exhausted aquifer.

A feature of displacement characteristics is generally considered to be that they can only be used when fluid flows in the formation are established. This is due to the fact that with the classical approach, displacement of characteristics is not observed in the explicit form of well interference. Therefore, the search for displacement characteristics, with the help of which we can talk about the mutual influence of wells, is an important factor. This is the subject of this work.

Water cut and water-oil ratio (WOR) are related by a well-known formula. The paper proposes regression models for WOR. They obtained the result taking into account the classical logic of the WOR from accumulated oil production.

Water cut is calculated from water saturation. The proposed regression models of water saturation are based on the analysis of equations of theories of two-phase filtration in difference form.

11 watering models were studied, two including classical ones and 9 new ones. Dependencies for reservoir and bottomhole pressures were also developed. The proposed models are intended to analyze the operation of wells during the development of an oil reservoir in an elastic-water-pressure mode. The models were tested on a real field and their effectiveness was analyzed. Some new models perform well in a selection of tests. In particular, all the proposed models give better results than the classical model: the logarithm of the water-oil ratio from the accumulation of oil production.

**Keywords:** production analysis, production optimization, regression analysis, water-oil displacement characteristics, elastic water drive, forecast of production indicators

**Recommended citation:** Afanaskin I.V., Volpin S.G., Yudin V.A., Kryganov P.V., Glushakov A.A. (2023). Modeling of well performance during oil reservoir development on the elastic-water-drive mode using regression analysis. *Georesursy = Georesources*, 25(4), pp. 267–285. <https://doi.org/10.18599/grs.2023.4.21>

### Acknowledgements

Research conducted with support of Russian state program for SRISA RAS “Fundamental science research (47 GP)”, theme N°FNEF-2022-0019 “Non-developed zones identifications of oil fields and remaining reserves evaluation

which is based on complexing of mathematic modeling, field development analysis and reservoir surveillance”, reg. No.1021060909165-8-1.2.1.

### References

- Afanaskin I.V. (2016). Address efficiency evaluation of implemented systems of oil fields development (Russian). *Geologiya, geofizika i razrabotka nefyanykh i gazovykh mestorozhdenii = Geology, geophysics and development of oil and gas fields*, 8, pp. 44–54. (In Russ.)
- Afanaskin I.V., Kolevatov A.A., Akhapiin M.Yu., Korolev A.V., Kundin A.S., Mironov D.T., Solopov D.V. (2022). Technology of analysis, forecasting and optimization of a group of producing wells operation by means of regression analysis and fluid’s displacement characteristics. *Geologiya, geofizika i razrabotka nefyanykh i gazovykh mestorozhdenii = Geology, geophysics and development of oil and gas fields*, (11), pp. 60–70. [https://doi.org/10.33285/2413-5011-2022-11\(371\)-60-70](https://doi.org/10.33285/2413-5011-2022-11(371)-60-70)
- Arps J.J. (1945). Analysis of decline curves. *Transactions of the AIME*, 160(1), pp. 228–247. <https://doi.org/10.2118/945228-G>
- Aziz, K., Settari A. (1979). *Petroleum Reservoir Simulation*. London: Appl. Sci. Publ., 476 p.
- Bondar V.V., Blasingame T.A. (2002). Analysis and Interpretation of Water-Oil-Ratio Performance. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, SPE 77569. [https://blasingame.engr.tamu.edu/0\\_TAB\\_Public/TAB\\_Publications/SPE\\_077569\\_\(Bondar\)\\_WOR\\_Analysis.pdf](https://blasingame.engr.tamu.edu/0_TAB_Public/TAB_Publications/SPE_077569_(Bondar)_WOR_Analysis.pdf)
- Can B., Kabir C.S. (2014). Simple tools for forecasting waterflood performance. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 120, pp. 111–118. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2014.05.028>
- Cheng C., Li K. (2014). Comparison of models correlating cumulative oil production and water cut. *Journal of Energy Resources Technology*, 136(3), 032901. <https://doi.org/10.1115/1.4026459>
- Craig F. (1971). The reservoir engineering aspects of waterflooding. *Society of Petroleum Engineers of AIME*, 134 p.
- Dake L.P. (2001). *The Practice of Reservoir Engineering*. Elsevier, 572 p.
- Elkin S.V., Aleroev A.A., Veremko N.A., Chertenkov M.V. (2016). Model for express calculation of the fluid flow rate of a horizontal well depending on the number of hydraulic fractures, taking into account the anisotropy of the formation. *Inzhenernaya praktika = Engineering practice*, (7), pp. 82–88. (In Russ.)
- Elmabrouk S.Kh., Mahmud W.M. (2022). Production data analysis techniques for the evaluation of the estimated ultimate recovery (EUR) in oil and gas reservoirs. *HighTech and Innovation Journal*, 3(1), pp. 85–101. <https://doi.org/10.28991/HIJ-2022-03-01-09>
- Ershaghi I., Abdassah D. (1984). A prediction technique for immiscible processes using field performance data. *Journal of Petroleum Technology*, 36(4), pp. 664–670. <https://doi.org/10.2118/10068-PA>
- Ershaghi I., Omorigie O. (1978). A method for extrapolation of cut vs recovery curves. *Journal of Petroleum Technology*, 30(2), pp. 203–204. <https://doi.org/10.2118/6977-PA>
- Guo B., Tu X. (2008). A simple and accurate mathematical model for predicting productivity of multifractured horizontal wells. *CIPC/SPE Gas Technology Symposium 2008 Joint Conference*, SPE-114452-MS. <https://doi.org/10.2118/114452-MS>
- Liu B. (2021). February. Application of water drive characteristic curve in oil field development planning index prediction. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 651, 032074. <http://doi.org/10.1088/1755-1315/651/3/032074>
- Mirzadzhanzade A.Kh., Khasanov M.M., Bakhtizin R.N. (1999). Studies on modeling complex oil production systems: Nonlinearity, nonequilibrium, uncertainty. Ufa: Gilem, 462 p. (In Russ.)
- Olenchikov D., Posvyanskii D. (2019). Application of CRM-like models for express forecasting and optimizing field development. *SPE*

Russian Petroleum Technology Conference, SPE-196893-MS. <https://doi.org/10.2118/196893-MS>

Ruchkin A.A., Stepanov S.V., Knyazev A.V., Stepanov A.V., Korytov A.V., Avsyanko I.N. (2018). Applying CRM model to study well interference. *Vestnik Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskoe modelirovanie. Neft', gaz, energetika*, 4(4), pp. 148–168. (In Russ.) <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-4-148-168>

Savelev V.A., Tokarev M.A., Chinarov A.S. (2008). Geological and field methods for forecasting oil recovery. Izhevsk: Udmurtskij universitet, 146 p. (In Russ.)

Sayarpour M. (2008). Development and application of capacitance-resistive models to water/CO<sub>2</sub> dioxide floods: Ph.D. Diss. The University of Texas at Austin. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1798.3847>

Sayarpour M., Kabir C.S., Lake L.W. (2009a). Field applications of capacitance-resistance models in waterfloods. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 12(6), pp. 853–864. <https://doi.org/10.2118/114983-PA>

Sayarpour M., Kabir C.S., Sepehrnoori K., Lake L.W. (2011). Probabilistic history matching with the capacitance-resistance model in waterfloods: A precursor to numerical modeling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 78(1), pp. 96–108. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2011.05.005>

Sayarpour M., Zuluaga E., Kabir C.S., Lake L.W. (2009b). The use of capacitance-resistance models for rapid estimation of waterflood performance and optimization. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 69(3–4), pp. 227–238. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2009.09.006>

Sergeev V.L., Naimushin A.G., Long Ch.N. (2014). Integrated systems for identifying displacement characteristics in monitoring and control of oil field development. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki = Proceedings of TUSUR University*, (3), pp. 152–158. (In Russ.)

Sevast'yanov D.V., (2005). Assessment of the effectiveness of geological and technical measures using the method of integrated models. *Problems of geology of subsurface development: Proc. IX International Symposium*. Tomsk: "TPU" Publ., pp. 449–451. (In Russ.)

Smith J.T., Cobb W.M. (1997). Waterflooding. Dallas: Midwest Office of the Petroleum Technology Transfer Council.

Sun W. (2021). Two kinds of water drive characteristic curve control systems are recoverable reserves of water drive oilfield. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 1384. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-74811-1\\_127](https://doi.org/10.1007/978-3-030-74811-1_127)

Willhite G.P. (1986). Waterflooding. Dallas: SPE, 326 p.

Wolcott D. (2009). Applied Waterflood Field Development. Houston: Energy Tribune Publ., 417 p.

Yang Z. (2009). Analysis of production decline in waterflood reservoirs. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, SPE-124613-MS. <https://doi.org/10.2118/124613-MS>

Yang Z. (2017). Clarifying and improving the application of waterflood analytical methods in X-plot conditions – from empirical approach to analytical approach. *SPE Western Regional Meeting*, SPE-185726-MS. <https://doi.org/10.2118/185726-MS>

Yang Z., Ershaghi I. (2005). A method for pattern recognition of WOR plots in waterflood management. *SPE Western Regional Meeting*, SPE-93870-MS. <https://doi.org/10.2118/93870-MS>

Yortsos Y.C., Choi Y., Yang Z., Shah P.C. (1999). Analysis and interpretation of water-oil ratio in waterfloods. *SPE Journal*, 4(4), pp. 413–424. <https://doi.org/10.2118/59477-PA>

Yulmukhametov D.R. (2017). A Method of processing source data for the water-oil ratio vs recovery semi-log plot in unstable well stock operation conditions. *Neftyanoe Khozyaystvo = Oil Industry*, 11, pp. 44–47. (In Russ.) <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2017-11-44-47>

### About the Authors

*Ivan V. Afanaskin* – Cand Sci. (Engineering), Leading Researcher, Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

36, Build. 1, Nakhimovsky ave., Moscow, 117218, Russian Federation

e-mail: [ivan@afanaskin.ru](mailto:ivan@afanaskin.ru)

*Sergej G. Volpin* – Cand Sci. (Engineering), Head of Department, Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

36, Build. 1, Nakhimovsky ave., Moscow, 117218, Russian Federation

*Valerij A. Yudin* – Cand Sci. (Physics and Mathematics), Leading Researcher, Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

36, Build. 1, Nakhimovsky ave., Moscow, 117218, Russian Federation

*Pavel V. Kryganov* – Cand Sci. (Engineering), Leading Researcher, Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

36, Build. 1, Nakhimovsky ave., Moscow, 117218, Russian Federation

*Aleksej A. Glushakov* – Junior Researcher, Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

36, Build. 1, Nakhimovsky ave., Moscow, 117218, Russian Federation

Manuscript received 28 August 2023;

Accepted 27 November 2023; Published 30 December 2023