

ПОЛИГАРМОНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕНЯЕМОСТИ ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ШИРОТЫ

В работе рассматривается применение адаптивных динамических регрессий для описания изменений широт.

Ключевые слова: полигармоническая модель, изменчивость широты, динамическая регрессия.

Введение

Само явление изменчивости географических широт изучается с конца XIX века. Было обнаружено, что колебания значений широты имеют периодический характер, причем основными периодами являются 14-месячный период Чандлера и годовой период, имеющий четкую геофизическую интерпретацию.

Одной из актуальных задач в этой области является математическое описание изменчивости широты (динамики ее значений во времени). Детерминированная математическая модель позволяет прогнозировать значение изучаемой характеристики на будущие моменты времени. Попытки построения таких моделей предпринимались неоднократно, но, к сожалению, их прогностическая ценность оказывалась невысокой. Развитие статистических методов моделирования временных рядов (ВР) позволяет надеяться на успешное применение статистических моделей для решения рассматриваемой задачи как задачи описания изменчивости географической широты во времени.

Отличие от детерминированных, статистические (регрессионные) модели не остаются постоянными по структуре и значениям параметров на весь период использования. После получения прогноза на шаг или несколько шагов дискретности в будущее модель «обновляется» по текущим значениям широты.

Развиваемый в настоящее время подход динамического регрессионного моделирования (ДРМ – подход) (Валеев, 2001) позволяет строить прецизионные модели ВР (Kuzin et al., 2010; Соболев и др., 2010; Валеев и др., 2010). Точность прогнозирования таких моделей в несколько раз выше, чем при использовании стандартных методик АРСС и АРПСС (авторегрессия – скользящее среднее, авторегрессия – проинтегрированное скользящее среднее).

ДРМ-подход является частным случаем АРМ-подхода (подхода адаптивного регрессионного моделирования) (Валеев, 2001). При его применении формируется комплексная модель ВР, состоящая из набора оптимальных математических структур, каждая из которых описывает зависимость «остатков» своей ступени от времени. Назовем такую модель адаптивной динамической регрессией (АДР-моделью), имея в виду, что основным аргументом является время, а окончательный вид АДР формируется в результате вычислительной адаптации к свойствам остатков той или иной ступени и к нарушениям условий применения метода наименьших квадратов (МНК).

Целью исследований является расширение представлений об изменчивости географической широты на основе применения ДРМ-подхода к одномерным временным рядам ее значений. При этом мы надеемся выявить

устойчивую полигармоническую структуру, содержащую кроме двух основных гармоник другие, поддающиеся объяснению. Важным практическим результатом может быть обнаружение прогностической ценности модели.

Моделирование изменчивости географической широты

Методика обработки данных. Математические алгоритмы обработки данных достаточно подробно рассмотрены в работе (Соболев, Валеев, Фасхутдинова, 2010).

Считается, что условно ВР есть дискретный процесс $Y(t)$, наблюдаемый в равноотстоящие моменты времени t_1, t_2, \dots, t_n :

$$Y(t) = f(t) + \varphi(t) + \varepsilon(t), t = t_1, t_2, \dots, t_n, \quad (1)$$

где $Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y(t_n)$ – временной ряд наблюдений случайной функции; $f(t)$ – неслучайная функция тренда; $\varphi(t)$ – случайная с элементами регулярности функция; $\varepsilon(t)$ – нерегулярная случайная компонента (ошибка, в предельном случае «белый шум»).

Анализ данных. Выполняется проверка данных на стационарность ВР по двум критериям (непараметрическому критерию сдвига и критерию рассеивания). На уровне значимости $\alpha=0.05$ принимаются гипотезы о том, что в реализации присутствует сдвиг среднего вниз и о равенстве дисперсий обеих групп. В целом можно считать, что ряд является стационарным.

При фрактальном анализе значение показателя Херста H оказалось равным 0.568, что означает персистентность (трендоустойчивость) ряда или, если ряд возрастает (убывает) в предыдущий период, он будет сохранять эту тенденцию какое-то время в будущем. Чем ближе H к 0.5, тем более зашумлен ряд и тем менее выражен его тренд. Можно заключить, что ВР имеет слабую трендоустойчивость.

Центрирование данных. Сначала делается попытка описать динамику данных алгебраическим полиномом из некоторого множества возможных. При статистически незначимом значении коэффициента корреляции R эти действия прекращаются, и данные центрируются обычным

способом ($\bar{Y}(t) = 20.28628$).

Спектральный анализ (СА). Для центрированных данных СА выполняется с целью вычисления спектральных мощностей всех гармоник. Из этого набора выбирается примерно 95% для запуска на следующую процедуру.

Выделение полигармонической структуры. С помощью процедуры «Пошаговая регрессия» или «Случайный поиск с адаптацией» для выбранного уровня значимости α ищется оптимальная по критерию $minS$ (S – стандартная ошибка аппроксимации) полигармоническая структура, в

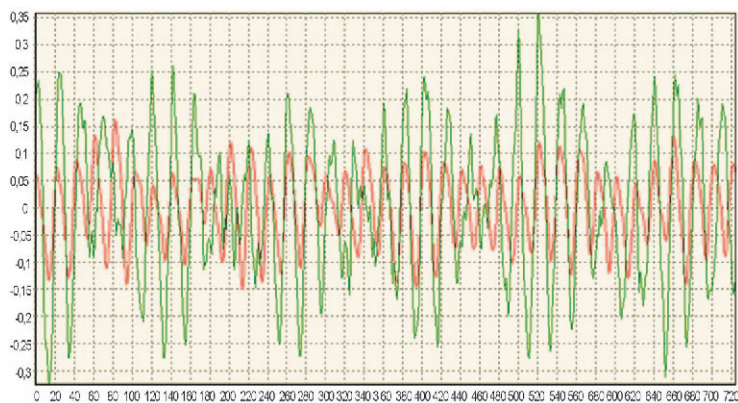


Рис. 1. Графики гармонической модели и исходных данных.

которой все гармоники статистически значимы и не коррелируют друг с другом. Численные эксперименты показали, что из ряда значений α (0.05, 0.1, 0.2, 0.3) в качестве оптимального можно предварительно использовать значение $\alpha=0.2$. В этом случае (показано ниже) график прогноза наиболее приближен к графику наблюдений.

По остаткам после центрирования методом пошаговой регрессии при $\alpha=0.2$ получена следующая полигармоническая структура, описывающая регулярную функцию $f(t)$ в общем выражении (1):

$$\begin{aligned}
 Y(t) = & 0,019268 * \sin((2 * \pi * t) / 10 + 55,963) + 0,0018832 * \\
 & \sin((2 * \pi * t) / 14 + 20,067) + 0,0015616 * \sin((2 * \pi * t) / 17 - \\
 & 44,325) + 0,010277 * \sin((2 * \pi * t) / 18 + 262,22) + 0,084241 * \\
 & \sin((2 * \pi * t) / 20 + 11,702) + 0,022923 * \sin((2 * \pi * t) / 23 + \\
 & 192,9) + 0,021983 * \sin((2 * \pi * t) / 29 + 136,6) + 0,014387 * \\
 & \sin((2 * \pi * t) / 30 + 154,1) + 0,0074437 * \sin((2 * \pi * t) / 44 + \\
 & 126,51) + 0,010269 * \sin((2 * \pi * t) / 59 + 124,46) + 0,0059078 * \\
 & \sin((2 * \pi * t) / 73 + 135,42) + 0,0070457 * \sin((2 * \pi * t) / 93 + \\
 & 132,05) + 0,014105 * \sin((2 * \pi * t) / 121 + 253,14) + \\
 & + 0,0076755 * \sin((2 * \pi * t) / 218 - 48,06). \quad (2)
 \end{aligned}$$

Для структуры (2) оценки точности аппроксимации и прогнозирования могут служить соответственно средние квадратические ошибки (СКО) $S=0.120$ и $S_{\Delta}=0.143$, где S_{Δ} определяется по 10%-ой от общего ряда наблюдений конечной части наблюдений.

На рисунке 1 представлены графики исходных данных и центрированных значений широты, вычисленных по формуле (2). По оси абсцисс откладывается время в виде номера наблюдений с дискретностью 0.05 года; по оси ординат – значение широты в долях градуса. Наглядно видно, что структура (2) удовлетворительно описывает периодические колебания на всем исследуемом промежутке. Но, остаются заметные расхождения, которые на следующем шаге мы попытаемся описать моделью АРСС.

Описание случайной функции с элементами регулярности. Воспользуемся моделью АРСС, которая для нашего случая будет иметь порядок (6,0) и следующий вид:

$$\begin{aligned}
 Y(t) = & 1,7295 * Y(t-1) - 1,3845 * Y(t-2) + 0,99176 * Y(t-3) - \\
 & 0,56227 * Y(t-4) + 0,31749 * Y(t-5) - 0,26747 * Y(t-6) + e(t). \quad (3)
 \end{aligned}$$

Значения СКО $S=0.020$ и $S_{\Delta}=0.053$ свидетельствуют о резком повышении как точности аппроксимации (в 7 раз), так и, самое главное, точности прогнозирования (в 3 раза).

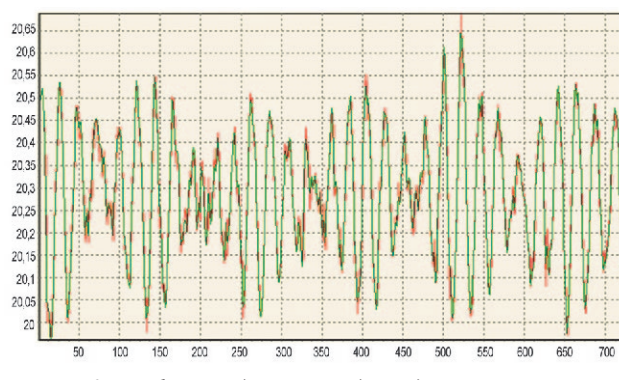


Рис. 2. Графики модели и исходных данных.

Комплексная модель. Оптимальная при заданных условиях АДР – модель включает среднее, полигармоническую структуру из 14 гармоник (2) и АРСС-структуру (3):

$$Y(t) = 20.28628 + (2) + (3) + e(t), \quad (4)$$

где $e(t)$ – желательнo, «белый шум»; его свойства будут изучены чуть позже.

На рис. 2 представлены графики наблюдений и значений широты, полученных по модели (4). По оси абсцисс, как и на рис. 1, время, по оси ординат – значения широты.

Судя по графикам, применение АРСС – модели обеспечило практически идеальную аппроксимацию в принятом масштабе представления.

Оценка прогностических свойств модели. На рисунке 3 представлены графики, построенные для 10%-ого интервала прогнозирования по наблюдаемым значениям и значениям, вычисленным по модели (4).

Судя по графикам (Рис. 3), модель (4) обеспечивает хорошее совпадение прогноза и наблюдений на 5%-ом интервале от общей длины анализируемого ВР или на 2.1 года вперед. При включении в модель только двух основных гармоник график будет иметь вид, показанный на рис. 4.

Диагностика остатков. Представляет интерес рассмотреть свойства остатков $e(t)$, выявленные модулями

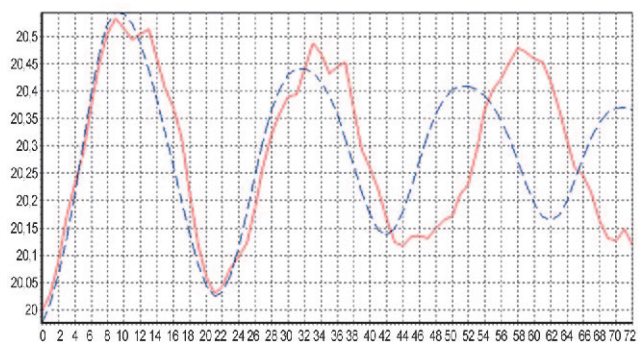


Рис. 3. График прогноза по комплексной модели (прерывистая линия) и наблюдаемых данных (сплошная линия).

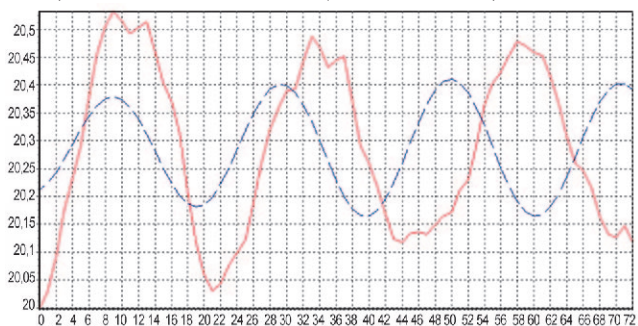


Рис. 4. Графики прогноза на 10% и исходных данных.

ОСОБЕННОСТИ ПОИСКА, ОСВОЕНИЯ И ПРОБНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗАЛЕЖЕЙ НЕФТИ В КАРБОНАТНЫХ КОЛЛЕКТОРАХ РЕПЕРА «ТУЛЬСКИЙ ИЗВЕСТНЯК» НА ЗАПАДНОМ СКЛОНЕ ЮЖНО-ТАТАРСКОГО СВОДА

В статье представлены основные результаты проведенных работ, дана геолого-промысловая характеристика, определены основные особенности поиска, освоения и пробной эксплуатации залежей нефти в карбонатных коллекторах репера «тульский известняк» на западном склоне ЮТС на примере Кузайкинского (ОАО «Татойлгаз») и Онбийского (ЗАО «Татех») месторождений.

Ключевые слова: Южно-Татарский свод, Кузайкинский свод, Онбийское месторождение, тульский репер, карбонатный коллектор.

На месторождениях, расположенных в тектоническом плане на западном склоне Южно-Татарского свода (ЮТС) в пределах Акташско-Ново-Елховского (I-A-в) и Черемшано-Ямашинского (I-A-б) валов, перспективы нефтеносно-

сти пород-коллекторов тульских отложений являются наиболее высокими. Об этом свидетельствует открытие ряда залежей нефти в отложениях репера «тульский известняк» с промышленными запасами нефти на Кузайкинском,

Окончание статьи С.Г. Валеева, В.В. Лапаевой, М.В.Кутленкова, Ю.А. Нефедьева «Полигармоническая модель изменчивости географической широты»

библиотеки В2 пакета. По критерию χ^2 остатки признаны нормально распределенными; их математическое ожидание примерно равно нулю; фиксируется некоторое гетероскедастичность, но она порождается шестью аномальными точками в пределах до 7 сигма; критерий Дарбина-Уотсона равен 1.4, что приближенно означает отсутствие авторегрессии или независимость ошибок.

Анализ полигармонической структуры. Полученная модель (4) может рассматриваться как модель, обеспечивающая устойчивый прогноз значений широты на 2 года вперед при непрерывном обновлении ее коэффициентов. Однако остается открытым вопрос об устойчивости ее регулярной части, обеспечиваемой в основном полигармонической структурой; после выявления стабильных гармоник помимо двух основных необходимо дополнительно оценить их стационарность во времени.

Для анализа устойчивости полигармонической структуры ряд наблюдений был разделен на три примерно равные части; для каждой из них определялась при $\alpha=0.2$ оптимальная структура, включающая полигармонику. Общими для трех частей оказались гармоники с периодами (в единицах 0.05 года) 6-7, 10, 12, 13-14, 20, 24 или в долях года: 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 1.0, 1.2.

Заключение

Полученные результаты подтверждают перспективность применения для описания изменений широт так называемых адаптивных динамических регрессий, впервые предложенных в работе (Валеев, 2001) и развиваемых в настоящее время. Их достоинствами по сравнению с традиционными подходами к анализу временных рядов, в частности, к анализу изменчивости географической широты, являются: расширение представлений о структуре математической модели, описывающей динамику, выделение устойчивых во времени гармоник колебаний, по-

вышение точности прогнозирования изменений в несколько раз на некотором интервале времени вперед, что может иметь практические последствия.

Литература

Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке наблюдений. 2-е изд. Казань: ФЭН. 2001. 296.

Kuzin S.P., Tatevian S.K., Valeev S.G., Fashutdinova V.A. Studies of geocenter motion using 16-years DORIS data. *J. Advances in space research*. 46. 2010. 1292-1298.

Соболев Г.А., Валеев С.Г., Фасхутдинова В.А. Мультигармоническая модель сейсмичности Камчатки. *Физика Земли*. №12. 2010. 3-18.

Валеев С.Г., Кузин С.П., Татевян С.К., Фасхутдинова В.А. Статистическое моделирование временных рядов изменений координат геоцентра. *Геодезия и картография*. №10. 2010. 9-14.

S.G. Valeev, V.V. Lapaeva, M.V. Kutlenkov, Yu.A. Nefed'ev. **Polyharmonic model mutability of latitude.**

This article examines the use of adaptive dynamic regressions describing the change latitudes.

Key words: polyharmonic model, mutability of latitude, dynamic regressions.

Султан Галимзянович Валеев

Зав. кафедрой прикладной математики и информатики УлГТУ, д.ф.-м.н., профессор.

Ульяновск, ул. Северный венец, 32. Тел.: (8422) 43-91-18.

Кутленков Михаил Вячеславович, аспирант

Валентина Васильевна Лапаева, с.н.с.

Юрий Анатольевич Нефедьев, д.ф.-м.н., профессор, директор АОЭ.

Астрономическая обсерватория им. В.П. Энгельгардта. Республика Татарстан, Зеленодольский р-он, ст. Обсерватория. АОЭ. Тел. (84371) 6-55-75.