

## ГЕОЛОГО-ТЕХНИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СУПЕРЭЛЕМЕНТНОЙ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ МОДЕЛИ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Предлагается суперэлементная модель разработки нефтяного месторождения, использующая быстрые и точные методы численного решения задач двухфазной фильтрации на крупных трехмерных неструктурированных расчетных сетках с плановыми размерами порядка шага сетки скважин (200-400 м), совпадающих по вертикали с геологическими пачками, состоящими из набора пропластков. Такие сетки вполне достаточны для разрешения средних полей давления и насыщенности и обеспечивают значительное (в сотни раз) ускорение счета по сравнению с традиционно используемыми сетками с шагом порядка 25-50 м. Сохранение точности расчетов обеспечивается проведением процедур апскейлинга фильтрационных свойств пласта от масштабов детальной геологической сетки до масштабов крупной гидродинамической сетки, а также использованием локальных вложенных мелких сеток для уточнения решения в окрестности скважин, гидроразрыва пласта и тектонических разломов.

*Ключевые слова:* моделирование разработки нефтяных месторождений, двухфазная фильтрация, крупные неструктурированные сетки, суперэлементный метод.

### Введение

Моделирование разработки нефтяных месторождений предполагает решение задач фильтрации в трехмерном неоднородном пласте, вскрытом системой вертикальных и горизонтальных скважин. В настоящее время для этого применяются полномасштабные и упрощенные фильтрационные модели. В полномасштабных моделях (Roxar Tempest More, Schlumberger Eclipse др.) решается задача трехфазной фильтрации на расчетных сетках с размером ячейки порядка нескольких десятков метров по горизонтали и десятков сантиметров по вертикали. Построение упрощенных моделей (Roxar Resview, NGT Smart и др.) сводится, как правило, к решению двумерных задач двухфазной фильтрации в плоскости нефтяного пласта. Первые модели сложны для использования – требуют задания большого числа параметров, а для месторождений, насчитывающих тысячи скважин, содержат миллионы расчетных узлов, что ограничивает их использование для многовариантных прогнозных расчетов. Кроме того, применение расчетных сеток с размером ячеек намного меньше характерного расстояния между скважинами не только повышает объем вычислительных затрат, но и приводит к необходимости управления избыточными данными в межскважинном пространстве, не поддающимися непосредственному измерению. Это на порядки усложняет процесс адаптации модели и повышает степень его неопределенности и неоднозначности. Также следует помнить, что достоверность геолого-промысловых данных часто не соответствует точности учета всех механизмов в полномасштабной фильтрационной модели. В свою очередь, известные упрощенные модели хотя и позволяют сократить продолжительность расчетов, однако не учитывают технологические особенности фильтрации жидкости в пласте, вызванные сложной геометрией стволов скважин (горизонтальные и боковые стволы), гидравлическим разрывом пласта и другими технологическими воздействиями.

Особое внимание при выборе гидродинамической

модели уделяется типу расчетной сетки, которая должна быть максимально согласована с трехмерной геологической структурой пласта. Наиболее простыми, с точки зрения реализации вычислительных алгоритмов, являются регулярные прямоугольные сетки, однако гладкие геологические тела они переводят в «ступенчатые» структуры, существенно искажая в этих областях характер фильтрационных потоков (Закревский и др., 2008). Нерегулярные структурированные сетки способны описать сложную форму геологических тел, однако при гидродинамических расчетах «заставляют» поток двигаться согласно своей структуре. Так, например, для сеток типа corner point это будет ступенчатая траектория, проходящая через преимущественно ортогональные друг другу грани расчетных ячеек. Наиболее успешное применение в развитии современных расчетных пакетов получили неструктурированные сетки, построенные методом серединных перпендикуляров «РЕВИ» и их модификации. Такие сетки позволяют согласовать форму расчетных блоков с границами геологических тел и снизить ориентационную ошибку при гидродинамических расчетах.

С целью преодоления указанных проблем при решении задач оптимизации разработки месторождений предлагается особый класс фильтрационных моделей, названный суперэлементным методом (Мазо, Булыгин, 2011, Мазо и др., 2013) и сочетающий в себе основные преимущества полномасштабных и упрощенных моделей. Использование крупных расчетных сеток с плановым размером ячеек порядка шага сетки скважин (сотни метров) сокращает на порядки продолжительность расчетов, при этом неструктурированные сетки обладают наиболее гибким описанием геометрической структуры геологических тел. Достаточная детальность расчета по вертикальному сечению пласта сохраняется за счет выделения суперэлементов в пределах пачек (наборов пропластков схожей геологической природы). Процесс адаптации упрощается – исключается необходимость варьирования фильтрационно-емкостных

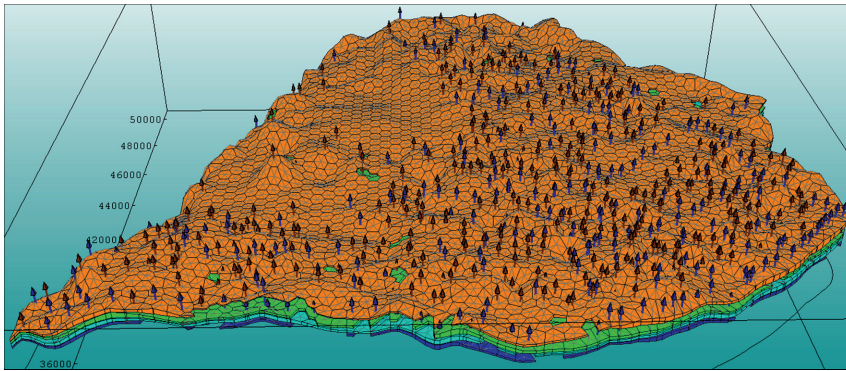


Рис. 1. Пример покрытия месторождения сеткой суперэлементов.

свойств пласта в межскважинном пространстве, в котором отсутствуют фактические замеры. Кроме того имеется возможность детального поведения притока флюида к скважинам произвольной геометрии за счет решения вспомогательных задач на вложенных мелких сетках (без локального измельчения крупной суперэлементной сетки, значительно замедляющего расчеты). На этапе адаптации модели по истории разработки залежи и в прогностических расчетах учитывается ряд геолого-технических мероприятий (гидравлический разрыв пласта, обработка призабойной зоны скважин), а экономичные расчетные алгоритмы обеспечивают оперативное моделирование совместной разработки нескольких пластов месторождения (при этом исключаются ошибки условного разделения фактических показателей работы скважин по различным объектам).

В настоящей работе представлены основные принципы построения суперэлементной модели разработки нефтяного месторождения.

### Расчетная сетка суперэлементов

При моделировании пластов со сложным геологическим строением выбор сетки является одной из наиболее сложных задач (Aziz, 1993). Преимущества неструктурированных расчетных сеток связаны с их большей гибкостью при описании геометрии резервуара, простотой задания граничных условий и снижением влияния ориентации сетки на численное решение (Heinemann et al, 1991). В качестве подобных сеток чаще всего используется разбиение Вороного (в зарубежной литературе РЕВИ сетки) (Palagi, Aziz, 1991). Для построения сетки суперэлементов в горизонтальной плоскости используются алгоритмы центрированного разбиения, позволяющие строить преимущественно гексагональное сеточное покрытие расчетной области, при котором центры расчетных блоков совпадают с исходной сеткой опорных точек (Du et al., 1999, Никитин, 2010). Центрами триангуляции служат действующие вертикальные скважины, а также дополнительные искусственные центры, обеспечивающие близкое к равномерному покрытие площади месторождения (Рис. 1).

Деление пласта на суперэлементы в вертикальном направлении проводится по границам пачек геологических структур, содержащих набор пропластков. Таким образом, суперэлементы представляют собой призмы с вертикальными гранями, в основании которых лежат выпуклые многоугольники; внутри суперэлементы имеют сложное геологическое строение и могут содержать один или несколько перфорированных участков стволов скважин.

Высокая точность численного решения вблизи геологических и технологических особенностей расчетной области (тектонические разломы, линзы, палеоруслы, вертикальные, горизонтальные скважины, трещины гидро-разрыва пласта) достигается за счет решения вспомогательных задач на вложенных мелких сетках (Рис. 2).

### Описание суперэлементной модели

Метод суперэлементов, принципиально использующий для численного решения грубые сетки, основан на учете специфики поля давления в нефтяном пласте, вскрытом системой скважин. В малой окрестности скважин (в призабойной зоне порядка нескольких метров) давление сильно изменяется (его поведение близко к логарифмической особенности), а вне этой зоны давление меняется медленно. Осредненная с радиусом порядка 200-400 м функция давления, является гладкой, причем её значения и производные вдали от скважин близки к истинным значениям пластового давления и скоростей фильтрации. Такие сетки вполне достаточны для разрешения средних полей давления и насыщенности и обеспечивают значительное (в сотни раз) ускорение счета по сравнению с традиционно используемыми сетками с шагом порядка 25-50 м.

Математическая модель разработки нефтяного месторождения состоит из уравнения пьезопроводности для давления и для водонасыщенности двухфазного флюида без учета капиллярных и гравитационных сил:

$$\beta \frac{\partial p}{\partial t} + \text{div } \mathbf{U} = 0, \quad m \frac{\partial s}{\partial t} + \text{div}(f(s)\mathbf{U}) = 0,$$

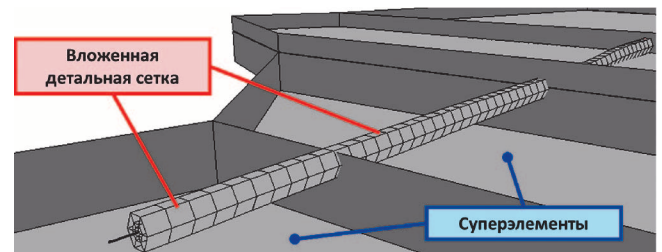


Рис. 2. Расположение вложенной детальной сетки вдоль ствола скважины внутри суперэлементов.

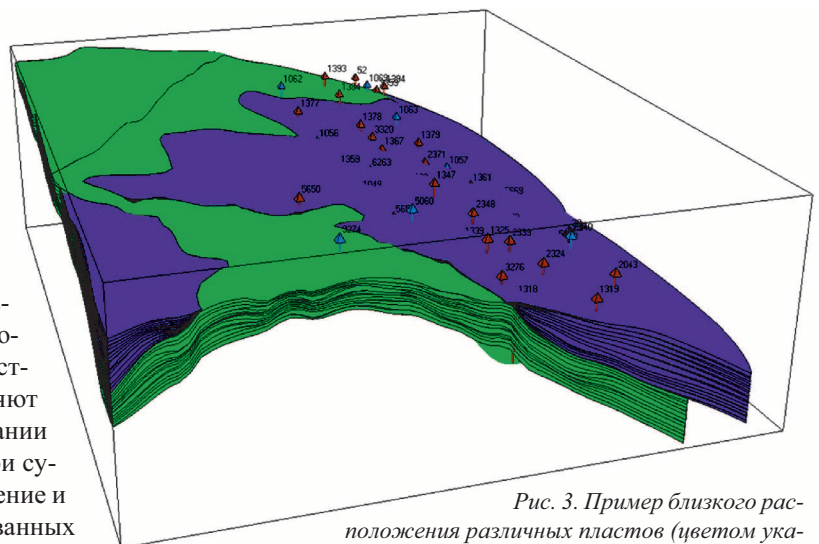


Рис. 3. Пример близкого расположения различных пластов (цветом указана принадлежность пропластков двум разным пластам).



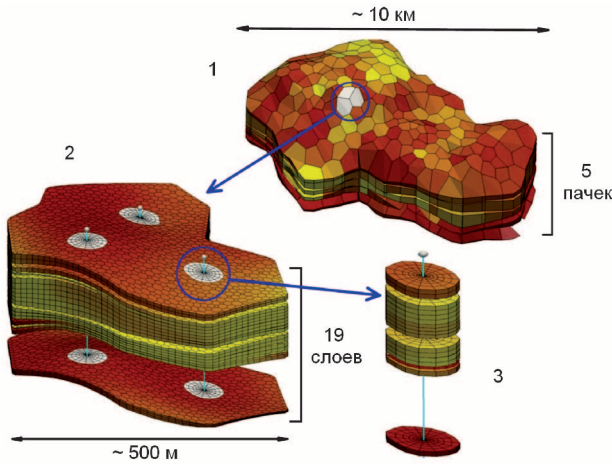


Рис. 4. Схема построения локального измельчения (2) сетки суперэлементов (1) в области, требующей уточнения расчетов в окрестности скважин (3).

где

$$U = -\sigma(s)k(x)\nabla p, \quad \sigma(s) = \frac{k_w(s) + K_\mu k_o(s)}{\mu_w},$$

$$K_\mu = \frac{\mu_w}{\mu_o}, \quad f(s) = \frac{k_w(s)}{k_w(s) + K_\mu k_o(s)}.$$

Здесь  $t$  – время,  $x=(x,y,z)$  – декартовы координаты,  $p$  – давление в пластовом флюиде,  $s$  – водонасыщенность,  $m$ ,  $k$  – пористость и абсолютная проницаемость пласта,  $U$  – скорость фильтрации флюида,  $\beta$  – упругоёмкость,  $f$  – доля воды в потоке (функция Баклея-Левверетта),  $\mu_w, \mu_o$  – вязкости воды и нефти,  $k_w, k_o$  – относительные фазовые проницаемости.

Общая структура осредненных по суперэлементам  $V$  уравнений пьезопроводности и водонасыщенности сохраняется:

$$\begin{cases} |V|\beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + Q = q, \\ |V|m \frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + Q_w = q_w, \end{cases} \quad \begin{cases} Q = \int_{\Gamma_V} U_n d\Gamma \\ Q_w = \int_{\Gamma_V} f(s)U_n d\Gamma \end{cases}$$

Однако входящие в них коэффициенты, определяющие абсолютную проницаемость пласта, относительные фазовые проницаемости и долю воды в суммарном потоке, подлежат переопределению на основе процедуры ремасштабирования (апскейлинга).

Здесь  $\Gamma_V$  – совокупность граней суперэлемента;  $q$  – расход флюида по находящимся в суперэлементе скважинам;  $q_w$  – расход воды по скважинам;  $U_n$  – проекция скорости потока на внешнюю нормаль к границе суперэлемента.

Величина  $Q$  определяет переток жидкости через грань  $\Gamma$  суперэлемента и аппроксимируется выражением

$$Q = \int_{\Gamma} U_n d\Gamma \approx \bar{U}_n |\Gamma|,$$

$\bar{U}_n \approx -\bar{\sigma} k \nabla p \cdot \mathbf{n} \approx -\bar{\sigma} \mathbf{K} \cdot \nabla p \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{k} \bar{\sigma} \nabla p$ , где  $|\Gamma|$  – площадь грани суперэлемента,  $\mathbf{K}$  – тензор абсолютной проницаемости, описыва-

ющий внутреннюю геологическую неоднородность суперэлемента и вычисляемый при апскейлинге трехмерного поля скалярной проницаемости  $k(x)$ ;  $\bar{\sigma}$  – среднее значение гидропроводности на грани:

$$\bar{\sigma} = 2\Sigma_1 \Sigma_2 / (\Sigma_1 + \Sigma_2), \quad \Sigma_i = \Sigma(\bar{s}_i).$$

Функция  $\Sigma(\bar{s})$  является аналогом функции  $\sigma(s)$  в масштабах суперэлемента и подлежит определению в результате решения задачи апскейлинга ОФП.

Для аппроксимации потока воды  $Q_w \approx \bar{f} \bar{U}_n |\Gamma_V|$  рассчитывается величина  $F(\bar{s}) = \bar{f}(\bar{s})$  на грани суперэлемента, вычисляемая по модифицированной функции Баклея-Левверетта  $F(s)$  в масштабах суперэлемента, построенной также при решении задачи апскейлинга ОФП.

Задачи ремасштабирования абсолютной проницаемости для суперэлементов решаются на мелкой сетке с применением многосеточного метода и параллельных алгоритмов на платформе NVIDIA CUDA. Апскейлинг ОФП основывается на принципе эквивалентности фазовых потоков через исходный слоистый пласт и гомогенизированный однородный. При реализации распределения водонасыщенности по пропласткам используется детерминированный подход, учитывающий последовательность обводнения слоев различной проницаемости.

Консервативность сеточной схемы обеспечивается применением метода конечных объемов для нелинейных уравнений с тензорными коэффициентами (Никитин, 2010).

Построение низкодиссипативных сеточных аппроксимаций гиперболического уравнения переноса насыщенности приобретает особую важность при использовании грубых расчетных сеток. Традиционные противоточные схемы первого порядка обладают большой схемной вязкостью и существенно искажают движение фронтов вытеснения нефти водой (приводят к их «размазыванию»). Для устранения этого эффекта используется метод TVD в его алгебраической форме (Kuzmin et al, 2003) в сочетании с оригинальным подходом к коррекции движения

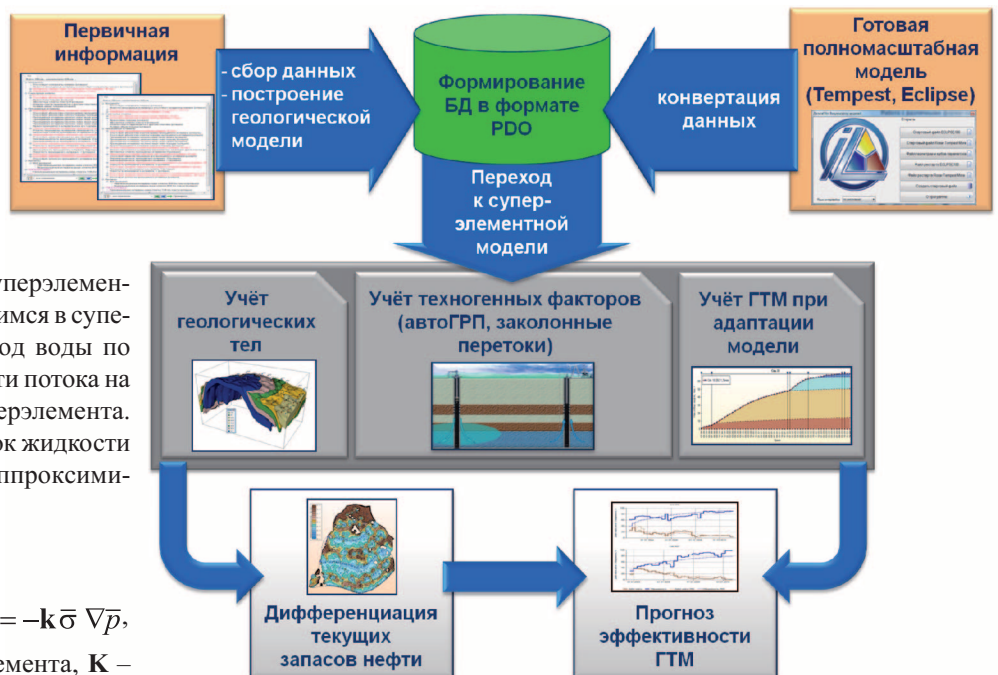


Рис. 5. Схема работы с суперэлементной геолого-фильтрационной моделью.

фронта насыщенности, основанным на аналитической теории (Мазо и др., 2013).

Учет в суперэлементном расчете горизонтальных скважин, боковых стволов, гидравлического разрыва, тектонических блоков осуществляется решением вспомогательных задач на вложенных подробных сетках, описывающих детальное поведение фильтрационных потоков и сложную геологическую структуру пласта. Такой подход существенно повышает вычислительную экономичность модели, поскольку в суперэлементной модели использование вложенных мелких сеток не предполагает локального измельчения внешней сетки суперэлементов, а вспомогательные задачи решаются только по мере необходимости (например, задача о распределении потоков решается лишь при изменении режима работы скважины, интервалов ее перфорации или при значительном изменении внешних полей давления и насыщенности). Кроме того, размеры ячеек вложенных сеток могут иметь порядок сантиметров (например, вблизи ствола скважин), что обеспечивает значительно более высокую точность расчетов в сравнении с традиционными гидродинамическими моделями.

Математически задача о распределении заданного суммарного дебита вдоль ствола скважины сводится к задаче с нелокальными граничными условиями, решение которой основано на представлении искомого поля в виде линейной комбинации двух вспомогательных функций, каждая из которых удовлетворяет локальным граничным условиям. Задача решается численно методом конечных объемов на вложенной подробной сетке, построенной вдоль ствола скважины (Рис. 2).

Разработана новая упрощенная математическая мо-

дель двухфазной фильтрации в окрестности трещины гидравлического разрыва пласта (ГРП). Предлагается безразмерная формулировка задачи, в которой трещина ГРП представлена плоским разрезом в расчетной области, а приток определяется двумя критериями подобия, отвечающими за проводимость и размер трещины. Математическая постановка задачи содержит нелокальное граничное условие и решается численно на локально измельченной сетке. Аналогичный подход применяется и для расчета фильтрационных потоков в окрестности тектонических нарушений пласта типа сброса и сдвига.

Часто разделение нефтяного месторождения на пласты является условным – их пропластки могут располагаться настолько близко друг к другу (Рис. 3), что допускают межпластовые перетоки водонефтяной смеси. Учет таких потоков при построении фильтрационной модели возможен лишь при моделировании совместной разработки всех сообщающихся пластов. В отличие от полномасштабных моделей для суперэлементного моделирования подобное увеличение объема вычислительных затрат не является принципиальным и не приводит к потере оперативности расчетов.

В большинстве случаев системы сеточных уравнений

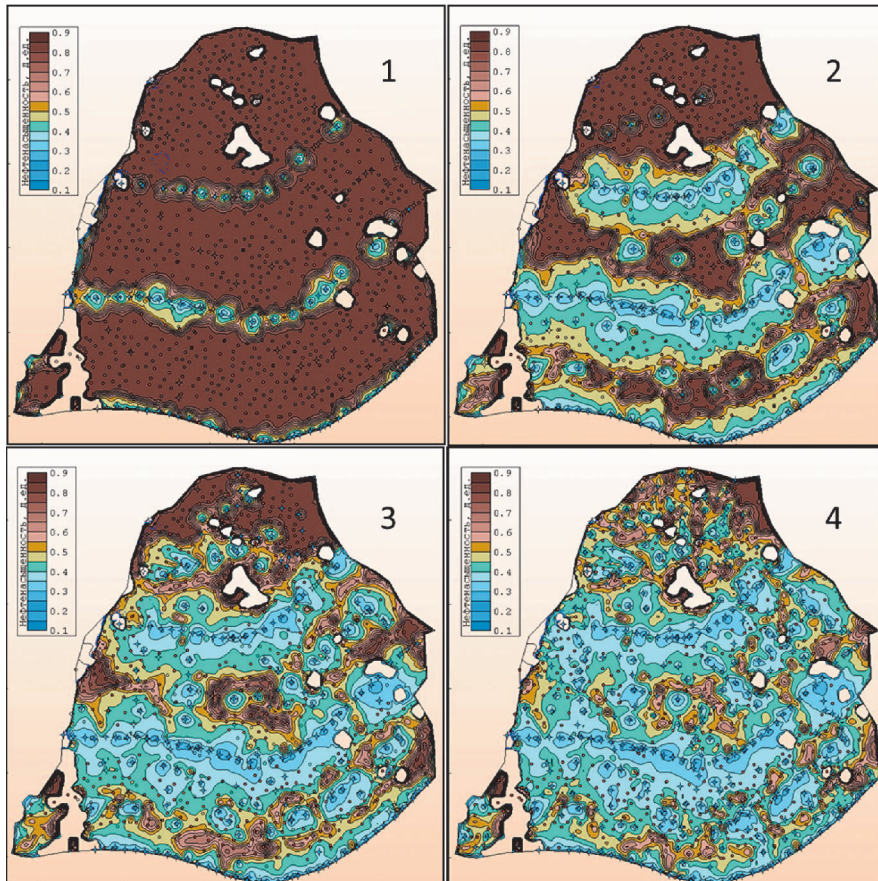


Рис. 6. Распределение текущей нефтенасыщенности пласта с шагом 10 лет согласно суперэлементному расчету.

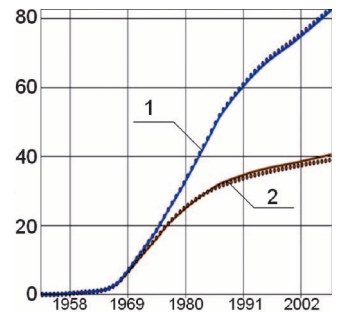


Рис. 7. Интегральные по месторождению фактические (точки) и расчетные (линии) накопленные отборы жидкости (1) и нефти (2) (млн. куб.м).

решаются итерационным алгебраическим многосеточным методом (Демидов и др., 2010). Для обращения плохо обусловленных несимметричных матриц (в задачах о гидроразрыве и тектоническом разломе) применяется прямой метод QR-факторизации (Davis, 2011).

Для интегральной адаптации модели оказывается достаточным использование грубой суперэлементной сетки. При необходимости (прогноз эффективности различных мероприятий, детализация выработки запасов в объеме пласта) суперэлементный расчет может быть уточнен на локально измельченных расчетных сетках (Рис. 4).

### Использование суперэлементной модели

Применение суперэлементной фильтрационной модели разработки нефтяного месторождения состоит из нескольких этапов (Рис. 5). Подготовка исходной информации может выполняться как на основе первичных данных, так и с использованием готовой модели. В случае первичных данных строится геологическая модель месторождения с выделением геологических тел, пачек пропластков, строятся поля фильтрационно-емкостных свойств



коллектора на детальной геологической сетке. Заполняется промысловая база данных (набор скважин, режимы их работы, инклинометрия скважин, данные по интервалам перфорации, результаты гидродинамических исследований скважин) и строится модель насыщения для распределения начальных запасов нефти в объеме пласта. При использовании готовых моделей указанные действия заменяются этапом конвертации соответствующих данных. Далее строится сетка суперэлементов: двумерное разбиение области пласта должно соответствовать форме контуров, ограничивающих нефтеносную зону пласта, границам геологических тел и линиям тектонических разломов. После выделения суперэлементов для каждого из них выполняется апскейлинг (ремасштабирование) фильтрационных параметров пласта с детальной сетки геологической модели. Адаптация суперэлементной модели выполняется на основе приведения результатов фильтрационных расчетов в соответствие с фактическими показателями истории разработки месторождения. После построения адаптированной фильтрационной модели текущие запасы нефти дифференцируются по различным классам для принятия решений о проведении геолого-технических мероприятий. Окончательным этапом применения модели является прогноз разработки по набору интересующих сценариев с применением ГТМ и поиск среди них оптимального варианта.

На рисунках 6, 7 представлены результаты воспроизведения истории разработки нефтяного пласта методом суперэлементов. Участок месторождения насчитывал 623 скважины, двумерное разбиение содержало 1 873 ячейки со средним плановым размером 500 м. По четырем пропласткам было выделено 7 573 суперэлемента (с дополнительным разделением вдоль поверхности водонефтяного контакта). Время воспроизведения 55 лет истории разработки месторождения составило 80 секунд при конфигурации компьютера AMD Athlon™ 64 X2, DualCore, 1.79 ГГц, 1.87 ГБ ОЗУ. На рисунке 6 продемонстрирована динамика заводнения пласта в виде карт текущей нефтенасыщенности и представлены графики накопленных показателей разработки пласта – добычи нефти и жидкости.

## Заключение

Представлен новый метод суперэлементного моделирования разработки нефтяных месторождений, позволяющий в сотни раз ускорить гидродинамический расчет за счет использования крупной суперэлементной сетки без потери точности. Используемые в суперэлементной модели расчетные алгоритмы решения задач фильтрации опираются на современные идеи, такие как TVD-подход для описания продвижения фронтов насыщенности, нелокальные граничные условия при формулировке задач распределения дебитов вдоль скважины и трещины гидроразрыва пласта, алгебраический многосеточный метод решения системы сеточных уравнений, что обеспечивает мировой уровень ее эффективности.

Апробация модели на реальных нефтяных месторождениях и сравнение результатов численного моделирования с соответствующими результатами, полученными с применением традиционных моделей на мелких сетках, подтверждают широкие возможности и перспективы применения суперэлементной модели для оперативных расчетов.

Использование суперэлементного моделирования разработки нефтяного месторождения дает возможность кор-

ректного переноса осадочных тел на расчетную гидродинамическую сетку, учета технологических факторов, вызванных закачкой больших объемов воды (эффект автоГРП), а также учета проведения большого количества сложных мероприятий на скважинах на стадии адаптации модели. Суперэлементная модель позволяет прогнозировать геолого-технические мероприятия на скважинах, рассчитывать фильтрацию в окрестности произвольно ориентированных стволов скважин, трещин гидравлического разрыва пласта и тектонических разломов.

## Литература

- Aziz, K. Reservoir simulation grids: opportunities and problems. *Journal of Petroleum Technology*. 1993. Vol. 45, no. 7. pp.658-663.
- Davis, T.A. Algorithm 915: SuiteSparseQR: Multifrontal multithreaded rank-revealing sparse QR factorization. *ACM Transactions on Mathematical Software*. 2011. Vol. 38, no. 1.
- Du, Q., Faber, V. and Gunzburger, M. Centroidal voronoi tessellations: Applications and algorithms. *SIAM Review*. 1999. Vol. 41. pp.637-676.
- Heinemann, Z.E., Brand, C., Munka, M. and Chen, Y.M. Modeling reservoir geometry with irregular grids. *Soc. of Petroleum Engineers Reservoir Engineering*. 1991. Vol. 6, no. 2. pp.225-232.
- Kuzmin, D., Moller, M. and Turek, S. High-resolution FEM-FCT schemes for multidimensional conservation laws. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*. 2003. Vol. 42. pp.265-295.
- Palagi, C.L. and Aziz, K. Use of Voronoi grid in reservoir simulation. *Proceedings, SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. 1991. Vol. Sigma. pp.77-92.
- Демидов Д. Е., Егоров А. Г., Нуриев А. Н. Решение задач вычислительной гидродинамики с применением технологии NVIDIA CUDA. Физико-математические науки. *Учен. зап. Казан. гос. унта*. 2010. Т. 152. кн.1. С.142–154.
- Закревский К.Е., М айсюк Д.М., Сыртланов В.Р. Оценка качества 3D моделей. М.: ООО «ИПЦ Маска». 2008. 272 с.
- Мазо А.Б. Суперэлементы. Новый подход к моделированию разработки нефтяных месторождений. *Нефть. Газ. Новации*. 2011. № 11. С.6-8.
- Мазо А.Б. Моделирование разработки нефтяных месторождений методом суперэлементов. *Математическое моделирование*. 2013. № 8. С.83-87.
- Никитин Н.Г. Нелинейный метод конечных объемов для задач двухфазной фильтрации. *Математическое моделирование*. 2010. Т. 22. № 11. С.131-147.

D.V. Bulygin, A.B. Mazo, K.A. Potashev, E.I. Kalinin. **Geological and technical aspects of super element method of petroleum reservoir simulation.**

In present work a new effective method of petroleum reservoir simulation is presented. The method is based on a numerical solution of 3D two-phase filtration flow equations on coarse unstructured grids. Each grid cell represents a 3D superelement which is bounded by a Voronoi cell around a well projection in a horizontal plane (200 – 400 m. across) and by borders of a geological pack in a vertical direction. Such grid is appropriate to represent average pressure and saturation fields with a sufficient accuracy and promotes hundredfold increase in a computational time as compared to the detailed solvers. A sufficient accuracy of calculation results is provided by upscaling of reservoir properties and by utilization of detailed embedded grids in areas of high pressure gradients (near well bores, geological faults, hydraulic fractures).

*Key words:* oil reservoir simulation, two-phase flow in porous media, coarse unstructured grids, super element method.

Константин Андреевич Поташев

Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры аэрогидромеханики Казанского (Приволжского) федерального университета  
420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 18. Тел.: +7(843)2315230.